بسم الله الرحمن رحیم

درس اول: معرفی مجموعه

● مجموعه چیست؟ هر دسته‌ی کاملاً مشخص و غیرتکراری از اشیاء را یک مجموعه می‌گویند و هر یک از آن اشیاء را عضو مجموعه می‌نامند.

منظور از عبارت «کاملاً مشخص» چیست؟ به مثال زیر توجه کنید.

کدام‌یک از تعریف‌های زیر، یک مجموعه را مشخص می‌کند؟

الف) چهار عدد زوج متوالی　　　　ب) اعداد اول یک‌رقمی

تعریف «الف» دارای بی‌شمار جواب است، چون جواب‌ها می‌تواند سلیقه‌ای باشد.

۲,۴,۶,۸ یا ۴,۶,۸,۱۰ یا ۳۰,۳۲,۳۴,۳۶ یا ۱۰۰۲,۱۰۰۴,۱۰۰۶,۱۰۰۸,...

بنابراین چهار عدد زوج متوالی نمی‌توانند یک مجموعه را مشخص کنند.

اما تعریف «ب» فقط یک جواب دارد (این‌جا دیگر جواب سلیقه‌ای نداریم).　　۲,۳,۵,۷

بنابراین تعریف «ب» یک مجموعه را مشخص می‌کند.

● مجموعه‌ها را با حروف بزرگ انگلیسی A ، B ، C و... نام‌گذاری می‌کنند. عضوهای یک مجموعه را داخل این علامت‌ها { } قرار می‌دهند که به آن‌ها «آکلاد» می‌گویند.

مجموعه‌ی اعداد طبیعی یک‌رقمی را به صورت اعضا بنویسید.

$A=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸,۹\}$

● هر یک از عددهای ۱، ۲، ۳ و ... و ۹ را عضو مجموعه‌ی A می‌گوییم. علامت عضویت یا عضوبودن در یک مجموعه را با نماد $\in$ و علامت عضونبودن در یک مجموعه را با نماد $\notin$ نشان می‌دهیم.

برای مثال در مجموعه‌ی A:

عدد ۲ عضو مجموعه‌ی A است که به صورت ریاضی می‌نویسیم:　　$۲\in A$

عدد ۱۰ عضو مجموعه‌ی A نیست که به صورت ریاضی می‌نویسیم:　　$۱۰\notin A$

در مجموعه، ترتیب نوشتن عضوها مهم نیست، یعنی با جابجایی عضوهای یک مجموعه، مجموعه‌ی جدیدی مشخص نمی‌شود.

برای مثال مجموعه‌ی $A=\{۳,۵,۷\}$ را می‌توان به صورت‌های زیر نشان داد.

$A=\{۷,۵,۳\}$ یا $A=\{۵,۳,۷\}$ یا $A=\{۳,۵,۷\}$

همان‌طور که در تعریف مجموعه گفتیم عضوهای یک مجموعه باید غیرتکراری باشند، پس در مجموعه، عضوهای تکراری فقط یک عضو حساب می‌شوند (یک بار نوشته می‌شوند).

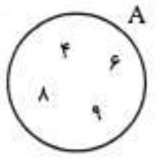
مجموعه‌ی $A=\{۲,۳,۵,۲,۵,۷\}$ دارای چهار عضو است، یعنی:　　$A=\{۲,۳,۵,\cancel{۲},\cancel{۵},۷\}=\{۲,۳,۵,۷\}$

● یکی از روش‌های نشان‌دادن مجموعه‌ها، نمایش هندسی یا «نمودار وِن» است. در این روش عضوهای مجموعه را داخل یک منحنی بسته قرار می‌دهیم.

اگر A مجموعه‌ی اعداد مرکب یک‌رقمی باشد، آن را به دو صورت نمایش دهید.

الف) $A = \{۴,۶,۸,۹\}$

ب)



در قسمت «ب» مجموعه‌ی A را به صورت نمایش هندسی یا نمودار وِن نشان داده‌ایم.

اگر تعداد عضوهای یک مجموعه قابل شمارش باشد، آن مجموعه را «متناهی» یا «باپایان» می‌گوییم و اگر تعداد عضوهای یک مجموعه غیرقابل شمارش باشد، آن مجموعه را «نامتناهی» یا «بی‌پایان» می‌گوییم.

مجموعه‌های زیر «متناهی» یا «باپایان» هستند.

الف) مجموعه‌ی اعداد طبیعی دورقمی $A = \{۱۰,۱۱,۱۲,\ldots,۹۹\}$

ب) مجموعه‌ی حروف الفبای فارسی $B = \{$آ , ب , پ , ت , ... , ی$\}$

مجموعه‌های زیر «نامتناهی» یا «بی‌پایان» هستند.

الف) مجموعه‌ی اعداد طبیعی $\mathbb{N} = \{۱,۲,۳,۴,\ldots\}$

ب) مجموعه‌ی اعداد صحیح منفی کوچک‌تر از ۹− $C = \{\ldots,-۱۳,-۱۲,-۱۱,-۱۰\}$

نماد ... یعنی عضوهای مجموعه به همین صورت ادامه پیدا می‌کنند.

- مجموعه‌ای که عضو نداشته باشد، مجموعه‌ی تهی نامیده می‌شود. مجموعه‌ی تهی را با نماد $\{\ \}$ یا $\varnothing$ نمایش می‌دهیم.

هیچ‌گاه مجموعه‌ی تهی را با این نماد $\{\varnothing\}$ نشان ندهید (غلط است).

- هر یک از مثال‌های زیر، مجموعه‌ی تهی را مشخص می‌کنند.

الف) مجموعه‌ی انسان‌هایی که در کره‌ی ماه زندگی می‌کنند.

ب) مجموعه‌ی اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱

ج) مجموعه‌ی اعداد اول زوج دورقمی

- مجموعه‌ای که فقط دارای یک عضو باشد، مجموعه‌ی یک‌عضوی نامیده می‌شود. مانند مجموعه‌های زیر:

الف) مجموعه‌ی اعداد اول زوج $A = \{۲\}$

ب) مجموعه‌ی اعداد صحیح که نه مثبت هستند و نه منفی $B = \{۰\}$

درس دوم: مجموعه‌های برابر و نمایش مجموعه‌ها

دو مجموعه‌ی برابر: دو مجموعه‌ی A و B را مساوی می‌گوییم، در صورتی که هر عضو A، عضو B باشد و هر عضو B نیز عضو A باشد.

مجموعه‌های A و B با هم برابرند. $B=\{۷,۵,\sqrt{۹}\}$ $A=\{۳,۵,۷\}$

x و y را تعیین کنید تا دو مجموعه‌ی A و B برابر باشند. $B=\{y-۱,۷,۵\}$ $A=\{۷,x+۱,۲\}$

عدد ۷ عضو هر دو مجموعه است. باید عدد ۲ عضو B و عدد ۵ عضو A باشد تا دو مجموعه برابر شوند.

$$x+۱=۵ \Rightarrow x=۵-۱=۴ \Rightarrow x=۴$$

$$y-۱=۲ \Rightarrow y=۲+۱ \Rightarrow y=۳$$

کدام‌یک از مجموعه‌های زیر با مجموعه‌ی A برابر است؟

$A=\{a,۲,b,c\}$ $B=\{a,۲,b,d\}$ $C=\{a,c,b,۲,a,b\}$ $D=\{۲a,b,c\}$

مجموعه‌ی A با B مساوی نیست، چون در مجموعه‌ی B عضو d هست و در مجموعه‌ی A نیست و در مجموعه‌ی A عضو c هست که در مجموعه‌ی B نیست. پس: $A\neq B$

مجموعه‌های A و C برابرند، زیرا: $C=\{a,c,b,۲,\cancel{a},\cancel{b}\}=\{a,c,b,۲\}$

یعنی هر عضو A در C هست و برعکس. پس: $A=C$

مجموعه‌ی D با مجموعه‌ی A برابر نیست، چون D دارای ۳ عضو و A دارای ۴ عضو است. پس: $A\neq D$

زیرمجموعه: دو مجموعه‌ی A و B را در نظر بگیرید. $B=\{۲,۳,۵,۷\}$ $A=\{۳,۵,۷\}$

همان‌طور که می‌بینید هر عضو A در مجموعه‌ی B هست، بنابراین می‌گوییم، مجموعه‌ی A زیرمجموعه‌ی B است و به زبان ریاضی می‌نویسیم:

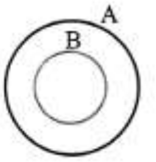
$$A\subseteq B$$

نماد $\subseteq$ نشانه‌ی زیرمجموعه‌بودن و نماد $\nsubseteq$ نشانه‌ی زیرمجموعه‌نبودن است. در دو مجموعه‌ی بالا، عدد ۲ عضو مجموعه‌ی B است اما عضو A نیست، بنابراین مجموعه‌ی B زیرمجموعه‌ی A نیست. این مطلب را به زبان ریاضی می‌نویسیم: $B\nsubseteq A$

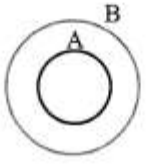
هر مجموعه‌ای زیرمجموعه‌ی خودش است. $A\subseteq A\,,\,B\subseteq B\,,\,\varnothing\subseteq\varnothing$

مجموعه‌ی تهی زیرمجموعه‌ی همه‌ی مجموعه‌ها است. $\varnothing \subseteq A, \varnothing \subseteq B, \varnothing \subseteq \varnothing$

رابطه‌های $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ را با نمودار وِن نمایش دهید.



$B \subseteq A$



$A \subseteq B$

با توجه به سه مجموعه‌ی A ، B و C ، درستی رابطه‌های زیر را بررسی کنید.

$C=\{۳,۷,۲,-۴\}$ $\quad B=\{۷,-۴,۲,۳\}$ $\quad A=\{-۴,۲,۷\}$

ج) $A \subseteq C$ ☐ $\quad$ ب) $B \subseteq A$ ☐ $\quad$ الف) $A \subseteq B$ ☐

و) $B = C$ ☐ $\quad$ هـ) $C \subseteq B$ ☐ $\quad$ د) $B \subseteq C$ ☐

ط) $A = C$ ☐ $\quad$ ح) $A \nsubseteq C$ ☐ $\quad$ ز) $C \nsubseteq A$ ☐

ج) ✓ $\quad$ ب) ✗ $\quad$ الف) ✓

و) ✓ $\quad$ هـ) ✓ $\quad$ د) ✓

ط) ✗ $\quad$ ح) ✗ $\quad$ ز) ✓

با توجه به مثال بالا درمی‌یابیم که اگر: $\left.\begin{matrix} B \subseteq C \\ , \\ C \subseteq B \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow B = C$

این علامت $\Leftrightarrow$ نتیجه‌گیری دوطرفه است یعنی اگر دو مجموعه‌ی B و C زیرمجموعه‌ی یکدیگر باشند، آن‌گاه نتیجه می‌گیریم که دو مجموعه برابرند و برعکس، اگر دو مجموعه‌ی B و C برابر باشند، آن‌گاه این دو مجموعه زیرمجموعه‌ی یکدیگرند.

اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$ باشد، آن‌گاه نتیجه می‌گیریم که $A \subseteq C$ است.

اگر $A=\{۲,۳\}$ و $B=\{۵,۲,۳\}$ باشد، داریم $A \subseteq B$ و اگر $C=\{۷,۳,۲,۵\}$ باشد، آن‌گاه $B \subseteq C$ است. پس می‌توان نتیجه گرفت که $A \subseteq C$ است.

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه:

تمامی زیرمجموعه‌های $A=\{۲,۳\}$ را بنویسید.

می‌خواهیم مجموعه‌هایی را بنویسیم که عضوهای آن‌ها در مجموعه‌ی A باشند. حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\text{زیرمجموعه‌های } A \begin{cases} \text{عدد ۲ عضو مجموعه باشد} \begin{cases} \text{عدد ۳ عضو مجموعه باشد} \Rightarrow \{۲,۳\} \\ \text{عدد ۳ عضو مجموعه نباشد} \Rightarrow \{۲\} \end{cases} \\ \text{عدد ۲ عضو مجموعه نباشد} \begin{cases} \text{عدد ۳ عضو مجموعه باشد} \Rightarrow \{۳\} \\ \text{عدد ۳ عضو مجموعه نباشد} \Rightarrow \{\ \} \end{cases} \end{cases}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید برای این‌که عدد ۲ عضو مجموعه باشد، ۲ حالت وجود دارد (یا ۲، عضو مجموعه هست و یا عضو مجموعه نیست) و همین‌طور برای این‌که ۳ عضو مجموعه باشد یا نباشد، ۲ حالت وجود دارد، پس: $\text{تعداد زیرمجموعه‌های } A = ۲ \times ۲ = ۲^{۲} = ۴$

به طور کلی تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه‌ی n عضوی، برابر است با ۲^{n}. (n تعداد عضوهای مجموعه است).

یک مجموعه‌ی ۵ عضوی چند زیرمجموعه دارد؟

$۲^{n} = ۲^{۵} = ۳۲$ زیرمجموعه

تمامی زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی A را بنویسید. $A=\{۵,۷,۹\}$

مجموعه‌ی A دارای ۸ زیرمجموعه است. $۲^{۳} = ۸$

$A_۱=\{\ \}$ ، $A_۲=\{۵\}$ ، $A_۳=\{۷\}$ ، $A_۴=\{۹\}$ ، $A_۵=\{۵,۷\}$ ، $A_۶=\{۵,۹\}$ ، $A_۷=\{۷,۹\}$ ، $A_۸=\{۵,۷,۹\}=A$

به تمامی زیرمجموعه‌های هر مجموعه، به‌جز خودش، زیرمجموعه‌های محض آن مجموعه می‌گویند. در مثال بالا، مجموعه‌های A_1 ، A_2 ، A_3 و ... و A_7 زیرمجموعه‌های محض مجموعه‌ی A هستند.

تعداد زیرمجموعه‌های محض یک مجموعه‌ی n عضوی برابر است با $2^n - 1$.

یک مجموعه‌ی ۷ عضوی چند زیرمجموعه‌ی محض دارد؟

$2^n - 1 = 2^7 - 1 = 127$

روش دیگر نمایش مجموعه؛ (نمایش ریاضی مجموعه)

قبل از این‌که روش نمایش مجموعه با نمادهای ریاضی را توضیح دهیم، لازم است چند مجموعه را معرفی کنیم:

- مجموعه‌ی اعداد طبیعی که با حرف « $\mathbb{N}$ » نمایش داده می‌شود: $\mathbb{N} = \{1,2,3,4,...\}$
- مجموعه‌ی اعداد حسابی که با حرف « $\mathbb{W}$ » نمایش داده می‌شود: $\mathbb{W} = \{0,1,2,3,...\}$
- مجموعه‌ی اعداد صحیح که با حرف « $\mathbb{Z}$ » نمایش داده می‌شود: $\mathbb{Z} = \{...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...\}$

چون مجموعه‌ی اعداد طبیعی زیرمجموعه‌ی مجموعه‌ی اعداد حسابی است، پس می‌توان گفت که هر عدد طبیعی یک عدد حسابی است و این مطلب به زبان ریاضی می‌شود: $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W}$. چون همه‌ی اعداد طبیعی و حسابی، عضو $\mathbb{Z}$ هستند، بنابراین $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z}$ است. یعنی هر عدد طبیعی، یک عدد صحیح و هر عدد حسابی نیز، یک عدد صحیح است.

اکنون، با یک مثال روش نمایش مجموعه با نمادهای ریاضی را بیان می‌کنیم:

مجموعه‌ی $A = \{3,4,5,6,7\}$ را به صورت ریاضی نمایش دهید.

$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x < 8\}$

شکل ریاضی مجموعه‌ی A را به این صورت می‌خوانیم: مجموعه‌ی A دارای عضوهایی به شکل x است که این عضوها (اعداد) متعلق به مجموعه‌ی اعداد طبیعی هستند، به طوری که این اعداد از ۲ بزرگ‌تر و از ۸ کوچک‌تر هستند. علامت« | » در نمایش ریاضی مجموعه‌ها، یعنی «به طوری که» یا «به قسمی که».

- مجموعه‌ی اعداد زوج طبیعی را با حرف « E » نمایش می‌دهند که اعضای آن به این صورت است: $E = \{2,4,6,8,...\}$

این مجموعه به شکل ریاضی به این صورت نشان داده می‌شود: $E = \{2x \mid x \in \mathbb{N}\}$

- مجموعه‌ی اعداد فرد طبیعی را با حرف « O » نمایش می‌دهند که اعضای آن به این صورت است: $O = \{1,3,5,7,...\}$

شکل ریاضی این مجموعه به صورت مقابل است: $O = \{2x-1 \mid x \in \mathbb{N}\}$

مجموعه‌ی مضرب‌های طبیعی عدد ۵ را به صورت اعضا و با نمادهای ریاضی نشان دهید.

$A = \{5,10,15,20,...\} \qquad A = \{5k \mid k \in \mathbb{N}\}$

مجموعه‌های روبه‌رو را به صورت اعضا نمایش دهید. $A = \{6x-1 \mid x \in \mathbb{N}\} \qquad B = \{n^3 \mid n \in \mathbb{N}, n > 3\}$

$A = \{6\times1-1, 6\times2-1, 6\times3-1, 6\times4-1, ...\} \Rightarrow A = \{5,11,17,23,...\}$

$B = \{4^3, 5^3, 6^3, 7^3, ...\} \Rightarrow B = \{64,125,216,343,...\}$

در مجموعه‌ی B چون $n > 3$ است، بنابراین کوچک‌ترین عدد طبیعی که به جای n می‌توان قرار داد، عدد ۴ است.

مجموعه‌های روبه‌رو را با نمادهای ریاضی نمایش دهید. $A = \{7,14,21,28,...\} \qquad B = \{16,25,36,49,...\}$

عضوهای مجموعه‌ی A ، مضرب‌های طبیعی عدد ۷ هستند. پس: $A = \{7k \mid k \in \mathbb{N}\}$

عضوهای مجموعه‌ی B را می‌توان به صورت مقابل نوشت: $B=\{۴^۲,۵^۲,۶^۲,۷^۲,...\}$

همان‌طور که می‌بینید عضوهای این مجموعه، مجذور اعداد طبیعی بزرگ‌تر از ۳ هستند، پس می‌توان نوشت: $B=\{x^۲ \mid x\in\mathbb{N}, x>۳\}$

● مجموعه‌ی اعداد گویا را با حرف $\mathbb{Q}$ نشان می‌دهیم. این مجموعه شامل تمامی اعداد صحیح و تمامی کسرهای متعارفی (معمولی) است.

مجموعه‌ی $\mathbb{Q}$ را نمی‌توان با اعضا مشخص کرد و فقط می‌توان آن را با نمادهای ریاضی تعریف کرد: $\mathbb{Q}=\{\frac{a}{b} \mid a,b\in\mathbb{Z}, b\neq ۰\}$

یعنی هر عددی را که بتوانیم به صورت یک کسر متعارفی (معمولی) بنویسیم به طوری که صورت و مخرج آن عدد صحیح و مخرج کسر مخالف صفر باشد، آن عدد گویا است.

همه‌ی اعداد طبیعی، حسابی و صحیح، گویا هستند. یعنی: $\mathbb{N}\subseteq\mathbb{W}\subseteq\mathbb{Z}\subseteq\mathbb{Q}$

درس سوم: اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها

اشتراک دو مجموعه: به دو مجموعه‌ی A و B دقت کنید. $B=\{۳,۸,۵,۶,۹\}$ $A=\{۴,۶,۸,۹\}$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید سه عدد ۶، ۸ و ۹ عضوهای مشترک دو مجموعه‌ی A و B هستند. این مطلب را به زبان ریاضی می‌نویسیم.

$A\bigcap B=\{۶,۸,۹\}$

علامت اشتراک

● اشتراک دو مجموعه‌ی A و B که آن را با $A\bigcap B$ نشان می‌دهیم، مجموعه‌ای است که عضوهای آن هم در A باشد و هم در B. یعنی:

$A\bigcap B=\{x \mid x\in A, x\in B\}$

اجتماع دو مجموعه: به دو مجموعه‌ی C و D دقت کنید.

$C=\{۱,۴,۹,۷,۸,۳\}$ $D=\{۴,۷,۱,۶,۵,۹\}$

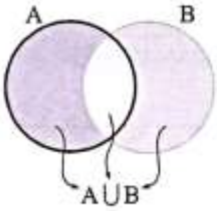
اگر تمام عضوهای این دو مجموعه را در یک مجموعه قرار دهیم (بدون تکرار)، آن‌گاه مجموعه‌ی اجتماع دو مجموعه را نوشته‌ایم، یعنی:

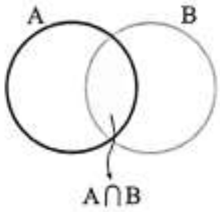
$C\bigcup D=\{۱,۴,۹,۶,۵,۷,۸,۳\}$

● اجتماع دو مجموعه‌ی A و B که آن را با $A\bigcup B$ نشان می‌دهیم، مجموعه‌ای است که عضوهای آن یا در A باشند یا در B. یعنی:

$A\bigcup B=\{x \mid x\in A \text{ یا } x\in B\}$

مجموعه‌های $A\cap B$ و $A\cup B$ را به وسیله‌ی نمودار ون نمایش دهید.





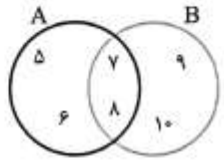
اگر $A=\{۵,۶,۷,۸\}$ و $B=\{۷,۸,۹,۱۰\}$ باشد،

الف) $A\cap B$ و $A\cup B$ را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

ب) این دو مجموعه را با نمودار ون نشان دهید.

الف) $A\cup B=\{۵,۶,۷,۸,۹,۱۰\}$ $\qquad$ $A\cap B=\{۷,۸\}$

ب)

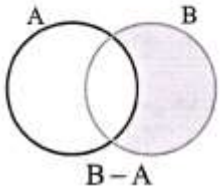


تفاضل دو مجموعه: مجموعه‌ی $A-B$ (می‌خوانیم: A منهای B) مجموعه‌ای است که عضوهای آن در A باشند و در B نباشند و $B-A$ (می‌خوانیم: B منهای A) مجموعه‌ای است که عضوهای آن در B باشند و در A نباشند.

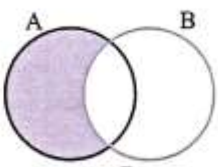
$$A-B=\{x \mid x\in A, x\notin B\}$$

$$B-A=\{x \mid x\in B, x\notin A\}$$

نمودار هندسی دو مجموعه‌ی $A-B$ و $B-A$ به صورت مقابل است.



B − A



A − B

اگر $A=\{۳,۵,۷,۹\}$ و $B=\{۲,۴,۷,۹\}$ باشد، مجموعه‌های $A-B$ و $B-A$ را بنویسید.

$B-A=\{۲,۴\}$ $\qquad$ $A-B=\{۳,۵\}$

عدد اصلی یک مجموعه: تعداد عضوهای یک مجموعه‌ی متناهی (باپایان) مانند A، را عدد اصلی مجموعه‌ی A می‌گویند و آن را با $n(A)$ نمایش می‌دهند. به عنوان مثال اگر مجموعه‌ی A دارای k عضو باشد. آن‌گاه می‌توان نوشت:

$$n(A)=k$$

عدد اصلی مجموعه‌های روبه‌رو را بنویسید.

$B=\{x,y,z,t,w\}$ $\qquad$ $A=\{۵,۷,a,۴\}$

$n(B)=۵$ $\qquad$ $n(A)=۴$

چون مجموعه‌ی تهی هیچ عضوی ندارد، بنابراین:

$$n(\varnothing)=۰$$

درس چهارم: مجموعه‌ها و احتمال

می‌دانیم که احتمال وقوع یک پیشامد از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.
$$\text{احتمال رخ دادن پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد حالت‌های ممکن}}$$

اکنون اگر مجموعه‌ای را که شامل همه‌ی حالت‌های ممکن است با S و تعداد این حالت‌ها را با $n(S)$ و مجموعه‌ی شامل همه‌ی حالت‌های مطلوب را، با A و تعداد این حالت‌ها را با $n(A)$ نشان دهیم و احتمال وقوع پیشامد A را با $P(A)$ نمایش دهیم، رابطه‌ی زیر را می‌توان نوشت:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

- $n(S)$ را فضای نمونه هم می‌گویند.

احتمال وقوع هر پیشامد عددی از صفر تا ۱ است.

اگر احتمال وقوع پیشامدی صفر باشد، آن پیشامد را غیرممکن می‌گوئیم.

هر یک از اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۵ را روی یک کارت نوشته‌ایم و آن‌ها را در داخل کیسه‌ای انداخته‌ایم. اگر به طور تصادفی یک کارت را از داخل کیسه بیرون بیاوریم، احتمال وقوع هر یک از پیشامدهای زیر را حساب کنید.

الف) عدد روی کارت اول باشد (پیشامد A)

ب) عدد روی کارت مرکب باشد (پیشامد B)

ج) عدد روی کارت مضرب ۳ باشد (پیشامد C)

د) عدد روی کارت مضرب ۱۷ باشد (پیشامد D)

ابتدا مجموعه‌ی حالت‌های ممکن (مجموعه‌ی S) را می‌نویسیم.
$$S = \{۱,۲,۳,...,۱۴\} \Rightarrow n(S) = ۱۴$$

الف) $A = \{۲,۳,۵,۷,۱۱,۱۳\} \Rightarrow n(A) = ۶ \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶}{۱۴} = \frac{۳}{۷}$

ب) $B = \{۴,۶,۸,۹,۱۰,۱۲,۱۴\} \Rightarrow n(B) = ۷ \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۷}{۱۴} = \frac{۱}{۲}$

ج) $C = \{۳,۶,۹,۱۲\} \Rightarrow n(C) = ۴ \Rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{۴}{۱۴} = \frac{۲}{۷}$

د) $D = \{\ \} \Rightarrow n(D) = ۰ \Rightarrow P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{۰}{۱۴} = ۰$

پیشامد D غیرممکن است.