

عدد های حقیقی

اعداد گویا: هر عددی که به کسر تبدیل شود عدد گویا نام دارد. (صورت و مخرج عدد صحیح و مخرج مخالف صفر باشد)

**نکته:** اعداد گویا را با حرف انگلیسی  $Q$  نمایش می دهند:

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$$

**جمع و تفریق اعداد کسری:** مخرج مشترک گرفته که بهترین مخرج مشترک همان (ب. م. م) مخرج ها است.

**مانند:**

$$\left(-\frac{5}{12}\right) - \left(-\frac{7}{18}\right) = \frac{-15 + 14}{36} = -\frac{1}{36} \quad \text{مخرج ها (ب. م. م) مخرج ها}$$

**ضرب اعداد کسری:** فقط در ضرب می توان قبل از جواب دادن صورت را با مخرج ساده کرد. سپس صورت ها در هم و مخرج ها در هم ضرب می شود.

**مانند:**

$$\left(-\frac{5}{12}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) = +\frac{1}{8}$$

**تقسیم اعداد کسری:** تقسیم به ضرب تبدیل می شود. (کسر اولی در معکوس کسر دومی ضرب می شود)

**مانند:**

$$\left(+\frac{4}{7}\right) \div \left(-\frac{5}{21}\right) = \left(+\frac{4}{7}\right) \times \left(-\frac{21}{5}\right) = -\frac{12}{5} = -2\frac{2}{5}$$

**مثال:** حاصل عبارت زیر را به دست آورید؟

$$\left(+\frac{2}{3}\right) \div \left[\left(-\frac{1}{15}\right) + \left(+\frac{3}{5}\right)\right] = \left(+\frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{-1+9}{15}\right) = \left(+\frac{2}{3}\right) \times \left(+\frac{15}{8}\right) = +\frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

**مقایسه کسرها:** از دو روش می توان استفاده کرد:

**الف) هم مخرج کردن کسرها:** ابتدا مخرج تمام کسرها را برابر کرده سپس کسرها را مقایسه می کنیم.

**مثال:** کسرهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{8}{20}, \frac{15}{20}, \frac{10}{20}, \frac{14}{20} \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{7}{10} < \frac{3}{4} \quad (2, 4, 5, 10) = 20$$

**ب) تبدیل به عدد اعشار:** (صورت بر مخرج تقسیم و خارج قسمت تا دو رقم اعشار ادامه می دهیم).

**مثال:** کسرهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{2}{5} = 0/40, \quad \frac{3}{4} = 0/75, \quad \frac{1}{2} = 0/50, \quad \frac{7}{10} = 0/70 \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{7}{10} < \frac{3}{4}$$

**نکته:** بین هر دو عدد گویا بی نهایت عدد گویا وجود دارد.

عدد های حقیقی

پیدا کردن کسر هایی بین دو عدد کسری : چند روش وجود دارد که دو روش کاربردی آن به صورت زیر است :

(۱) صورت ها با هم و مخرج ها با هم جمع می کنیم

(۲) ابتدا مخرج مشترک گرفته سپس صورت و مخرج را در یک واحد

بیشتر از تعداد خواسته شده ضرب کنیم.

مثال : بین  $\frac{3}{4}$  و  $\frac{4}{5}$  دو عدد گویا بنویسید؟

$$\frac{3}{4} < \frac{7}{9} < \frac{11}{14} < \frac{4}{5}$$

روش اول

$$\frac{3}{4} \text{ و } \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{15}{20} \text{ و } \frac{16}{20} \Rightarrow \frac{45}{60} \text{ و } \frac{48}{60} \Rightarrow \frac{45}{60} < \frac{46}{60} < \frac{47}{60} < \frac{48}{60}$$

روش دوم

تبدیل کسر به اعداد اعشاری :

(۱) عددهای اعشاری متناهی یا مختوم : اگر باقیمانده صورت بر مخرج کسر صفر شود آن کسر را مختوم نام دارد.

مانند :  $\frac{3}{4} = 0.75$  و  $\frac{6}{5} = 1.2$

نکته : اگر در تجزیه مخرج کسر عامل ۲ و ۵ باشند آن کسر مختوم است.

مانند :  $\frac{3}{20} = \frac{3}{2^2 \times 5}$  و  $\frac{5}{8} = \frac{5}{2^3}$

(۲) عددهای اعشاری متناوب ساده : اگر در تقسیم صورت بر مخرج کسر در خارج قسمت عددی مرتب تکرار شود آن را متناوب ساده می گویند.

مانند : (خط تیره روی عدد به معنی تکرار یا گردش عدد است)  $\frac{5}{11} = 0.4545\dots = 0.\overline{45}$  و  $\frac{1}{3} = 0.33\dots = 0.\overline{3}$

نکته : اگر در تجزیه مخرج کسر عامل ۲ و ۵ نباشند آن کسر متناوب ساده است.

مانند :  $\frac{3}{77} = \frac{3}{7 \times 11}$  و  $\frac{6}{13}$

(۳) عدد های اعشاری متناوب مرکب : اگر در تقسیم صورت بر مخرج کسر در خارج قسمت بعد از یک یا چند رقم اعشار به رقم های تکراری برسند به آن کسر متناوب مرکب می گویند.

مانند :  $\frac{5}{6} = 0.833\dots = 0.8\overline{3}$  و  $\frac{7}{22} = 0.31818\dots = 0.3\overline{18}$

نکته : اگر در تجزیه مخرج کسر غیر از عامل ۲ و ۵ عامل دیگری باشند آن کسر متناوب مرکب است.

مانند :  $\frac{5}{14} = \frac{5}{2 \times 7}$  و  $\frac{2}{75} = \frac{2}{3 \times 5^2}$

عدد های حقیقی

**اعداد گنگ یا اصم:** اعداد که تعداد ارقام اعشاری آن ها نا متناهی و دارای دوره تناوب نباشند اعداد گنگ نام دارند.

**نکته:** مجموعه اعداد گنگ را با حرف انگلیسی  $\mathbb{Q}$  یا  $\mathbb{Q}^c$  نشان می دهند.

**نکته:** اگر  $n$  مربع کامل نباشد آنگاه  $\sqrt{n}$  عددی گنگ است. (یعنی اعدادی که جذر دقیق ندارند عدد گنگ هستند)

**نکته:** عدد  $\pi$  چون دارای دوره تناوب نیست عدد گنگ است. (عدد  $\pi$  تا ۱۰ رقم اعشار:  $\pi \approx 3.1415926535$ )

**مثال:** در جای خالی علامت  $\in$  یا  $\notin$  قرار دهید.

۲ مربع کامل نیست  $\mathbb{Q}$   $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$   $1 - \sqrt{2} \in \mathbb{Q}$   $3/14 \notin \mathbb{Q}$   $\pi \in \mathbb{Q}$   $47$  مربع کامل نیست  $\mathbb{Q}$   $\sqrt{47} \in \mathbb{Q}$   $\sqrt{0.36} \notin \mathbb{Q}$   $0.6$   $2/5 \notin \mathbb{Q}$

**نکته:** بین دو عدد بی نهایت عدد گنگ وجود دارد.

**مثال:** بین هر دو عدد داده شده دو عدد گنگ بنویسید.

الف)  $\sqrt{3}$  و  $\sqrt{4}$   $\sqrt{3} < \sqrt{3.1} < \sqrt{3.2} < \sqrt{4}$  ب) ۲ و ۳  $2 = \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{6} < \sqrt{9} = 3$

**مثال:** عدد  $\sqrt{10} - 3$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

بین ۰ و -۱ قرار دارد  $3 - \sqrt{9} < 3 - \sqrt{10} < 3 - \sqrt{16} \Rightarrow 0 < 3 - \sqrt{10} < -1$

**مثال:** اعداد  $\sqrt{17}$  و  $1 - \sqrt{5}$  را روی محور اعداد نمایش دهید.

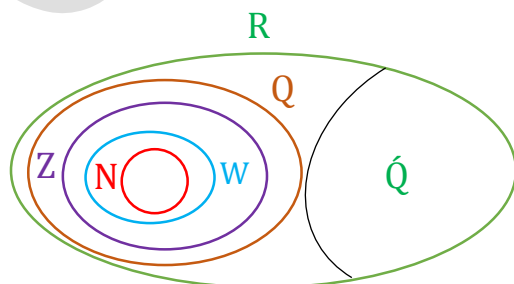


**اعداد حقیقی:** اجتماع مجموعه اعداد گویا و اعداد گنگ مجموعه اعداد حقیقی را تشکیل می دهد:  $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^c = \mathbb{R}$

**نکته:** مجموعه اعداد حقیقی را با حرف انگلیسی  $\mathbb{R}$  نشان می دهند.

**نکته:** نمودار ون مجموعه اعداد طبیعی ( $\mathbb{N}$ ) و اعداد حسابی ( $\mathbb{W}$ ) و اعداد صحیح ( $\mathbb{Z}$ ) و اعداد گویا ( $\mathbb{Q}$ ) و اعداد گنگ ( $\mathbb{Q}^c$ )

و اعداد حقیقی ( $\mathbb{R}$ ) به صورت زیر است:



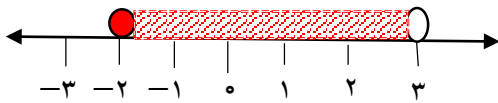
$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$  ,  $\mathbb{Q}^c \subseteq \mathbb{R}$

عدد های حقیقی

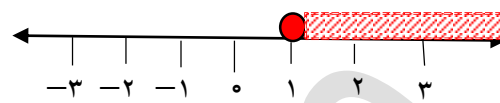
نمایش اعداد حقیقی روی محور: چون اعداد حقیقی شامل اعداد گویا و گنگ هستند پس نمایش این اعداد به صورت یک خط ممتدی است (اگر علامت نامساوی سرکش داشته باشد دایره توپر و بدون سرکش دایره تو خالی قرار می دهیم)

مثال: مجموعه اعداد زیر را روی محور نشان دهید.

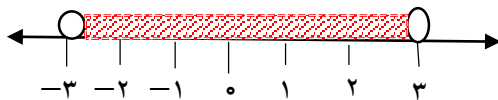
$$A = \{x \in R \mid -2 \leq x < 3\}$$



$$B = \{x \in R \mid 1 \leq x\}$$



مثال: مجموعه متناظر محور مقابل را بنویسید.



$$C = \{x \in R \mid -3 < x < 3\}$$

قدر مطلق: فاصله ی نقطه نمایش یک عدد مانند  $a$  را از مبدا مختصات قدر مطلق  $a$  می نامیم و آن را به صورت  $|a|$  نشان می دهیم.

خواص قدر مطلق: الف) قدر مطلق عدد مثبت برابر است با خود آن عدد:  $x > 0 \Rightarrow |x| = x$

ب) قدر مطلق صفر برابر با صفر است:  $x = 0 \Rightarrow |x| = 0$

ج) قدر مطلق عدد منفی برابر با قرینه آن عدد است:  $x < 0 \Rightarrow |x| = -x$

مثال: عبارت های زیر را بدون استفاده از نماد قدر مطلق بنویسید.

$$|4 - 6 \times 2^2 \div 3 + 2| = |-2| = 2 \quad |3 - \sqrt{2}| = 3 - \sqrt{2} \quad |a^{20} - a^{30}| = a^{30} - a^{20}$$

حاصل مثبت                      حاصل منفی

مثال: اگر  $x = \frac{2}{3}$  و  $y = 3$  و  $z = -\frac{1}{4}$  باشد. حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$|-6x - 4z| + 2|y| = \left| -6\left(\frac{2}{3}\right) - 4\left(-\frac{1}{4}\right) \right| + 2|3| = |-4 + 1| + 2(3) = 2 + 6 = 8$$

نکته: با توجه به مفهوم قدر مطلق همواره رابطه مقابل برقرار است:  $\sqrt{a^2} = |a|$

مثال: حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = |2 - \sqrt{5}| = -(2 - \sqrt{5}) = \sqrt{5} - 2$$

حاصل منفی

$$\sqrt{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{2})^2} = |3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}| = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$$

حاصل مثبت

عددهای حقیقی

ردیف	سوال	ردیف	سوال
۱	کسرهای زیر را به اعشار تبدیل کنید و نوع آن را مشخص کنید. $\frac{3}{4}, \frac{13}{12}, \frac{2}{11}$	۷	حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $\frac{-2 + \frac{1}{3} + 1\frac{1}{3}}{\frac{3}{4} \div \frac{1}{8}} \times \frac{2}{5} =$
۲	عبارت های زیر را به زبان ریاضی بنویسید : الف) قدرمطلق حاصل ضرب دو عدد مساوی با حاصل ضرب قدرمطلق آنهاست. ب) قدرمطلق مجموع دو عدد از مجموع قدرمطلق های آن دو عدد کوچکتر یا مساوی با آن است.	۸	قسمت دوم تساویهای زیر را کامل کنید : الف) $a < 0, b < 0 \Rightarrow  a + b  = \dots$ ب) $a > 0, b < 0 \Rightarrow  a \cdot b  = \dots$
۳	اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}$	۹	الف) کسری مساوی $\frac{3}{5}$ بنویسید که مجموع صورت و مخرج آن ۴۰ باشد. ب) بین دو کسر $\frac{3}{4}$ و $\frac{3}{5}$ یک کسر با مخرج ۲۰ بنویسید.
۴	حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $ 3 - 3 \times 4^2 \div 6 - 9  =$	۱۰	در مجموعه ی زیر چند عدد گنگ وجود دارد. $A = \{\sqrt{16+3}, 3/14, -\frac{3}{5}, 1/\sqrt{18}\}$
۵	طرف دوم تساویهای زیر را کامل کنید. $N \cap Z = \dots$ $W \cup Q = \dots$ $R - Q = \dots$ $Q \cap Z = \dots$	۱۱	الف) عدد $-4 + \sqrt{5}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد. ب) بین $\sqrt{3}$ و ۳ دو عدد گنگ بنویسید.
۶	الف) مجموعه $A$ را روی محور نمایش دهید. $A = \{x \in R \mid -4 \leq x < 2\}$ ب) نمایش ریاضی نمودار زیر را بنویسید. ج) در جای خالی علامت ( $\in$ یا $\notin$ ) قرار دهید. $2 \bigcirc A$ $-2 + \sqrt{5} \bigcirc B$ $\sqrt{8} \bigcirc A$	۱۲	حاصل هر عبارت را به دست آورید... $ 2\sqrt{2} - \sqrt{5}  =$ $ -3 + \sqrt{5}  =$ $\sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} =$