۱- حاصل عبارت روبه‌رو کدام گزینه است؟

$$\frac{1+\frac{2}{x}}{1+\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}}$$

۱) $\frac{1+\frac{2}{x}}{1+\frac{2}{x^2}}$ ۲) $\frac{x}{x+2}$ ۳) $\frac{x}{x-2}$ ۴) $\frac{x}{(x+2)^2}$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

محاسبه صورت : $1+\frac{2}{x}=\frac{x+2}{x}$

محاسبه مخرج : $1+\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}=\frac{x^2+4x+4}{x^2}=\frac{(x+2)^2}{x^2}$

کسر اصلی $=\left(\frac{\frac{x+2}{x}}{\frac{(x+2)^2}{x^2}}=\frac{x^{\cancel{2}}(x+2)}{\cancel{x}(x+2)^{\cancel{2}}}=\frac{x}{x+2}\right.$

۲- جمع و تفریق جملات جبری:
زمانی که دو یا چند جمله متشابه هستند می‌توانیم آن‌ها را با هم جمع و تفریق کنیم. (ضرایب آن‌ها را با هم جمع و تفریق می‌کنیم.)

۳- نقطه $\begin{bmatrix}a\\4\end{bmatrix}$ روی خط به معادله $x+2y=12$ قرار دارد. a چه‌قدر است؟

چون نقطه داده شده روی خط است پس مختصاتش در خط صدق می‌کند. پس به جای x مقدار a و به جای y مقدار ۴ را قرار داده و مجهول را به دست می‌آوریم.

$x+2y=12$

$a+\overset{8}{\cancel{2}(4)}=12$

$a=12-8=4$

۴- بزرگ‌ترین عدد گویای مجموعه زیر کدام گزینه است؟

$$\left\{\frac{-\sqrt{۲۵۶}}{-۲^{۳}-۳}, \frac{\sqrt{\sqrt{۸۱}}}{-\sqrt{۳۶}}, \frac{-\sqrt{۲۵}}{-\sqrt{۶۴}}, \frac{-\sqrt{۹}}{-\sqrt{۲۵}}\right\}$$

۱) $\frac{-\sqrt{۹}}{-\sqrt{۲۵}}$ ۲) $\frac{-\sqrt{۲۵}}{-\sqrt{۶۴}}$ ۳) $\frac{\sqrt{\sqrt{۸۱}}}{-\sqrt{۳۶}}$ ۴) $\frac{-\sqrt{۲۵۶}}{-۲^{۳}-۳}$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

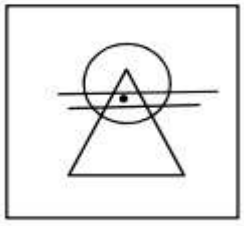
$$\frac{-\sqrt{۹}}{-\sqrt{۲۵}} = \frac{-۳}{-۵} = +\frac{۳}{۵} = ۰/۶$$

$$\frac{-\sqrt{۲۵}}{-\sqrt{۶۴}} = +\frac{۵}{۸} = ۰/۶۲$$

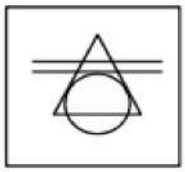
$$\frac{\sqrt{\sqrt{۸۱}}}{-\sqrt{۳۶}} = \frac{۳}{-۶} = -۰/۵$$

$$\frac{-\sqrt{۲۵۶}}{-۲^{۳}-۳} = \frac{-۱۶}{-۸-۳} = \frac{-۱۶}{-۱۱} = +\frac{۱۶}{۱۳} \cong +۱/۲۳$$

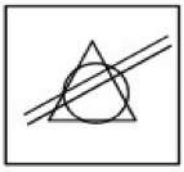
۵- با توجّه به تصاویر داده شده، گزینه‌ی مناسب‌تر را برای پر کردن جای خالی انتخاب کنید.



۱)

۲) 

۳)

۴) 

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۶- مناسب‌ترین نابرابری در برابری $a = ۵ + b$ کدام گزینه است؟

۱) $a < b$ ۲) $۵ < a \le b$ ۳) $a > b$ ۴) $۵ \le b < a$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر $a > b$

$$\Rightarrow a = b + p$$

۷- ثلث عدد $۲۷^{-۵}$ کدام گزینه است؟

۱) $۳^{-۱۴}$ ۲) $۹^{-۶}$ ۳) $۳^{-۱۶}$ ۴) $۹^{-۵}$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$۲۷^{-۵} \div ۳ = \left(۳^{۳}\right)^{-۵} \div ۳ = ۳^{-۱۵} \div ۳^{۱} = ۳^{-۱۶}$$

۸- عرض مستطیلی با ضلع مربعی برابر است. اگر طول مستطیل ۱۰ سانتی‌متر بیش‌تر از عرض آن باشد عبارت‌های گویای زیر را بنویسید.

الف) نسبت محیط مستطیل به محیط مربع

ب) نسبت مساحت مستطیل به مساحت مربع

ضلع مربع $= x =$ عرض مستطیل $\quad y = x + ۱۰ =$ طول مستطیل

الف) $P_{\text{مستطیل}} = ۲(x + y) = ۲(\overset{۲x}{x + x} + ۱۰) = ۴x + ۲۰$, $P_{\text{مربع}} = ۴x$

$$\frac{P_{\text{مستطیل}}}{P_{\text{مربع}}} = \frac{۴x + ۲۰}{۴x}$$

ب) $S_{\text{مستطیل}} = x.y = x(x + ۱۰) = x^{۲} + ۱۰x$, $S_{\text{مربع}} = a^{۲} = x^{۲}$

$$\frac{S_{\text{مستطیل}}}{S_{\text{مربع}}} = \frac{x^{۲} + ۱۰x}{x^{۲}}$$

۹- کدام‌یک از گزینه‌های زیر گویا نیست؟

۱) $\frac{(x + y)^{۲}}{(x - y)^{۲}}$ ۲) $\frac{\sqrt{۷} + ۴x}{۲y}$ ۳) $\frac{x + y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$ ۴) $\frac{x}{x^{۲} - y^{۲}}$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

۱۰- چند زیرمجموعه‌ی سه عضوی از اعداد طبیعی وجود دارد که حاصل‌ضرب اعضای آن در هم برابر ۴۵ شود؟

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۱- اگر $b < -۱ < a < ۰$ باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$M = |۱ - |b|| - |a - b| - |۲ - ۲a| + |a + b|$$

۱) $۲a + b - ۱$ ۲) $-b - ۱$

۳) $۲a + b - ۳$ ۴) $-b - ۳$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$b < -۱ < a < ۰$

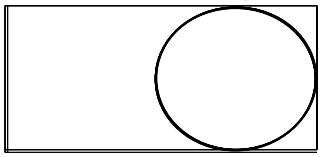
$$M = |۱ - |b|| - |a - b| - |۲ - ۲a| + |a + b| = -(۱ + b) - (a - b) - (۲ - ۲a) + (-a - b)$$
$$= -۱ - b - \cancel{a} + \cancel{b} - ۲ - \cancel{a} - \cancel{b} = -b - ۳$$

۱۲- اگر a یک عدد غیرصفر $(a \neq ۰)$ و n یک عدد طبیعی باشد، آن‌گاه:

$$a^{-n} = \left(\frac{۱}{a}\right)^{n} \qquad (a \neq ۰ , n \in N)$$

یعنی اگر توان عدد توان داری منفی باشد، با معکوس کردن پایه آن عدد، توانش مثبت می‌شود.

۱۳- الف) با توجه به شکل، عبارت گویایی بنویسید که بیانگر نسبت محیط مستطیل به مساحت دایره باشد.



ب) اگر شعاع دایره ۲cm باشد نسبت محیط مستطیل به مساحت دایره چه‌قدر است؟

الف)

$$P_{\text{مستطیل}} = ۲(x + y) = ۲(\overset{۳b}{\cancel{۲b + b}} + ۸) = ۶b + ۱۶$$

$$S_{\text{دایره}} = \pi r^{۲} \qquad \text{شعاع } b = \text{قطر دایره} \div ۲ = ۲b \div ۲ = \text{عرض مستطیل}$$

$$S_{\text{دایره}} = \pi b^{۲} \qquad \frac{P_{\square}}{S_{\text{دایره}}} = \frac{۶b + ۱۶}{\pi b^{۲}}$$

ب)

$$r = ۲ = b \Rightarrow \frac{P_{\square}}{S_{O}} = \frac{\overset{۱۲}{\cancel{۶(۲)}} + ۱۶}{\pi ۲^{۲}} = \frac{۲۸}{۴\pi} = \frac{۷}{\pi}$$

۱۴- خواص نامساوی:

۱- اگر به دوطرف یک نابرابر مانند $a > b$ یک مقدار مساوی مانند c اضافه و یا کم کنیم جهت نابرابر تغییر نمی‌کند.

$$a > b \Rightarrow \begin{cases} a + c > b + c \\ a - c > b - c \end{cases}$$

۲- اگر طرفین یک نابرابر مانند $a > b$ را عدد مثبتی مانند c ضرب و یا بر آن تقسیم کنیم جهت نابرابری تغییر نمی‌کند.

$$\begin{matrix} a > b \\ \text{و} \\ c > ۰ \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} ac > bc \\ \frac{a}{c} > \frac{b}{c} \end{cases}$$

۳- اگر طرفین یک نابرابر مانند $a > b$ را در عددی منفی مانند c ضرب و یا بر آن تقسیم کنیم، جهت نابرابر تغییر می‌کند.

$$\begin{matrix} a > b \\ \text{و} \\ c < ۰ \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} ac < bc \\ \frac{a}{c} < \frac{b}{c} \end{cases}$$

۱۵- اگر $A \cup B = \{۱, ۲, ۵, ۸, ۱۰۰\}$ و $A \cap B = \{۵, ۱۰۰\}$ باشند مجموعه‌های A و B را در سه حالت با عضوهایش بنویسید.

$$A = \{۱, ۲, ۵, ۱۰۰\} \ , \ B = \{۵, ۱۰۰, ۸\}$$
$$A = \{۵, ۱۰۰, ۱, ۸\} \ , \ B = \{۵, ۱۰۰, ۲\}$$
$$C = \{۵, ۱۰۰, ۲, ۸\} \ , \ B = \{۵, ۱۰۰, ۱\}$$

۱۶- مساحت یک گوی فلزی و برحسب عدد π مساوی ۱۰۰π شده است. اندازه شعاع این گوی را حساب کنید.

$$S = ۴\pi R^۲$$
$$۱۰۰\pi = ۴\pi R^۲$$
$$R^۲ = \frac{۱۰۰\pi}{۴\pi} = ۲۵$$
$$R = \sqrt{۲۵} = ۵$$

۱۷- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{۲}{x^۲ + x - ۶} - \frac{۱}{x^۲ - ۳x + ۲} =$$

$$\frac{۲}{x^۲ + x - ۶} - \frac{۱}{x^۲ - ۳x + ۲} = \frac{۲(x - ۱)}{(x + ۳)(x - ۲)(x - ۱)} - \frac{۱(x + ۳)}{(x - ۱)(x - ۲)(x + ۳)}$$

$$= \frac{۲x - ۲ - x - ۳}{(x - ۱)(x - ۲)(x + ۳)} = \frac{x - ۵}{(x - ۱)(x - ۲)(x + ۳)}$$

۱۸- بین دو کسر داده شده، ۳ کسر دیگر بنویسید.

$\frac{۱}{۷}$ و $\frac{۳}{۵}$

(مخرج مساوی)

$$\frac{۱}{۷} = \frac{۲}{۱۴} = \frac{۳}{۲۱} = \frac{۴}{۲۸} = \frac{۵}{۳۵} = \frac{۶}{۴۲}$$

$$\frac{۳}{۵} = \frac{۶}{۱۰} = \frac{۹}{۱۵} = \frac{۱۲}{۲۰} = \frac{۱۵}{۲۵} = \frac{۱۸}{۳۰} = \frac{۲۱}{۳۵} = \frac{۲۴}{۴۰}$$

$$\frac{۵}{۳۵} < \frac{۶}{۳۵} < \frac{۷}{۳۵} < \frac{۸}{۳۵} < \frac{۲۱}{۳۵}$$

۱۹- حاصل عبارت روبه‌رو کدام گزینه است؟ $\frac{x - ۴}{۳ - x} + \frac{x^۲}{x^۲ - ۹}$

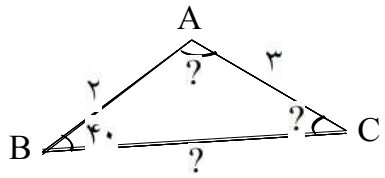
۱) $\frac{x + ۱۲}{x^۲ - ۹}$ ۲) $\frac{x + ۸}{۹ - x^۲}$ ۳) $\frac{x + ۱۲}{x - ۳}$ ۴) $\frac{x + ۱۲}{۳ - x}$

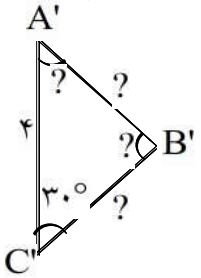
گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x - ۴}{۳ - x} + \frac{x^۲}{x^۲ - ۹} = \frac{(x - ۴)(x + ۳)}{-(x - ۳)(x + ۳)} + \frac{x^۲}{(x - ۳)(x + ۳)} = \frac{-(x - ۴)(x + ۳) + x^۲}{(x - ۳)(x + ۳)}$$

$$= \frac{-(x^۲ + ۳x - ۴x - ۱۲) + x^۲}{(x - ۳)(x + ۳)} = \frac{-x^۲ + x + ۱۲ + x^۲}{(x - ۳)(x + ۳)} = \frac{x + ۱۲}{x^۲ - ۹}$$

۲۰- مثلث‌های ABC و $A'B'C'$ هم‌نهشت‌اند. اندازه‌ی ضلع‌ها و زاویه‌های مجهول را بنویسید.





$\hat{A} = \hat{A}' = ۴۰^\circ$, $\hat{C} = \hat{C}' = ۳۰^\circ$

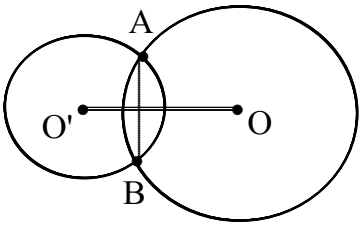
$\hat{B} = B' = ۱۸۰ - (۴۰ + ۳۰) = ۱۱۰$

$AB = A'B' = ۲\,cm$

$BC = B'C' = ۳\,cm$

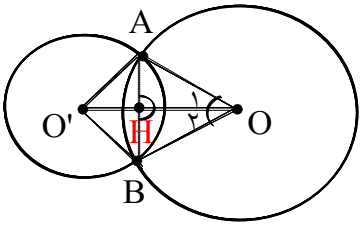
$AC = A'C' = ۴\,cm$

۲۱- در شکل پاره‌خط OO' مرکز دو دایره را به‌هم وصل کرده است. ثابت کنید پاره‌خط OO' عمودمنصف پاره‌خط AB است.



فرض	$OA = OB\ ,\ O'A = O'B$
حکم	OO' عمود منصف AB

ابتدا هم‌نهشتی دو مثلث $OO'A$ و $OO'B$ را بررسی می‌کنیم.

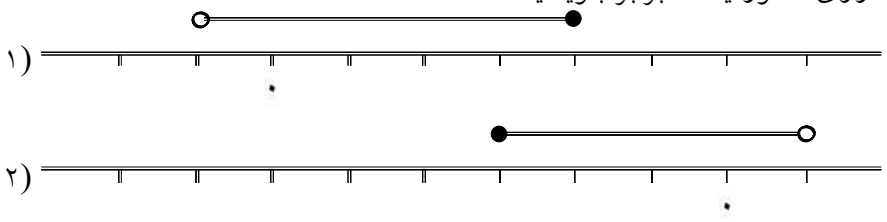


[redacted]

حالا هم‌نهشتی دو مثلث OAH و OHB را بررسی می‌کنیم.

[redacted]

۲۲- متناظر با هریک از ناحیه‌های مشخص شده روی محور یک نابرابر بنویسید.



۱) $-۱ < x \leq ۴$

۲) $-۳ \leq x < ۱$

۲۳- کدام گزینه با ۰/۰۰۰۰۰۰۲۵ برابر نیست؟

۱) $\frac{۱}{۴}\times ۱۰^{-۶}$ ۲) ۲۵۰×۱۰^{-۹} ۳) $\frac{۲}{۸}\times ۱۰^{-۷}$ ۴) $۲/۵\times ۱۰^{-۷}$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$۰/۰۰۰۰۰۰۲/۵ = ۲/۵\times ۱۰^{-۷}$

بررسی گزینه‌ها:

۱) $\frac{۱}{۴}\times ۱۰^{-۶} = ۰/۲۵\times ۱۰^{-۶} = ۲/۵\times ۱۰^{-۷}$ ✔

۲) $۲/۵۰/\times ۱۰^{-۹} = ۲/۵\times ۱۰^{-۷}$ ✔

۳) $\frac{۲}{۸}\times ۱۰^{-۷} = \frac{۱}{۴}\times ۱۰^{-۷} = ۰/۲۵\times ۱۰^{-۷} = ۲/۵\times ۱۰^{-۸}$ ×

۴) ✔

۲۴- درجه نسبت به متغیر: منظور از درجه نسبت به یک متغیر، همان توان متغیر است. مثلاً در $۵x^{۳}y^{۴}$ درجه نسبت به x برابر ۳ و نسبت به y برابر ۴ است. و در کل درجه آن نسبت به همه متغیرها ۷ = ۴ + ۳ است.

۲۵- دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} ۰/۲x - ۰/۵y = ۳/۲ \\ ۰/۷x + ۰/۱y = ۰/۱ \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \times ۱۰ \\ \times ۱۰ \end{matrix} \begin{cases} ۰/۲x - ۰/۵y = ۳/۲ \\ ۰/۷x + ۰/۱y = ۰/۱ \end{cases} \Rightarrow \times ۵ \begin{cases} ۲x - ۵y = ۳۲ \\ ۷x + y = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۲x - ۵y = ۳۲ \\ ۳۵x + ۵y = ۵ \end{cases}$$

$$۳۷x = ۳۷$$

$$x = \frac{۳۷}{۳۷} = ۱$$

$۷x + y = ۱$

$۷(۱) + y = ۱$

$y = ۱ - ۷ = -۶$

۲۶- با توجه به جدول مقابل، متحرک پس از x ثانیه چه مسافتی را طی می‌کند؟

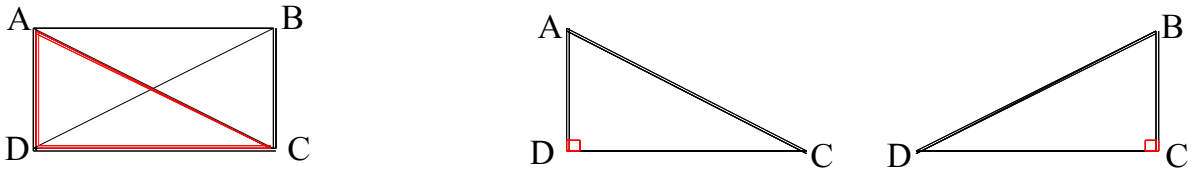
زمان (ثانیه) x	۰	۱	۲	۳	۴	۵	...
مساحت (متر) y	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	...

۱) $۵+x$ ۲) $۵x$ ۳) $x^{۵}$ ۴) ۵^{x}

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

۲۷- ثابت در مستطیل قطرها با هم برابرند.

فرض	شعاع دایره $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = OD$
حکم	$\overline{AB} = \overline{CD}$



$$\left.\begin{array}{l} AD = BC \text{ مستطیل} \\ \hat{D} = \hat{C} = ۹۰ \\ DC = DC \text{ طول مستطیل} \\ \overline{BD} = \overline{AC} \text{ اجزای متناظر} \end{array}\right\} \Rightarrow (\text{ض ز ض})\ \triangle ADC \cong \triangle BDC$$

۲۸- نکته ۲:

هم‌چنین حرف a در معادله کلی خط با a شیب خط متفاوت است.

۲۹- به‌ازای چه مقدار a ، دستگاه روبه‌رو جواب ندارد؟

$$\begin{cases} ۳x - ۵y = ۲ \\ -۶x + (۲a - ۲)y = ۰ \end{cases}$$

۱) ۶ ۲) -۶ ۳) ۴ ۴) -۴

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. دستگاه زمانی جواب ندارد که خطوط موازی باشند یعنی شیب برابر داشته باشند تا خطی مضرب خط دیگر باشد.

$l_۱ : ۳x - ۵y = ۲$

$-۵y = -۳x + ۲$

$y = \frac{-۳}{-۵}x + \frac{۲}{-۵}$

$y = +\frac{۳}{۵}x - \frac{۲}{۵}$

$a = \frac{۳}{۵}$

$l_۲ : -۶x + (۲a - ۲)y = ۰$

$(۲a - ۲)y = ۶x$

$y = \frac{۶}{۲a - ۲}x$

$a = \frac{۶}{۲a - ۲}$

$l_۱$ شیب $= l_۲$ شیب

$\frac{۶}{۲a - ۲} = \frac{۳}{۵}$

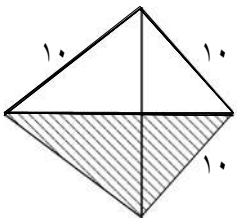
$۳(۲a - ۲) = ۵ \times ۶$

$۶a - ۶ = ۳۰$

$۶a = ۳۰ + ۶ = ۳۶$

$a = \frac{۳۶}{۶} = ۶$

۳۰- مساحت جانبی و مساحت کل هرم منتظم زیر را به‌دست آورید.



$S = ۴ \quad S$

کل مثلث متساوی الاضلاع

مثلث متساوی الاضلاع $S = \frac{\sqrt{۳}}{۴}a^{۲} = \frac{\sqrt{۳} \times ۱۰^{۲}}{۴} = ۲۵\sqrt{۳}$

کل $S = ۴\left(۲۵\sqrt{۳}\right) = ۱۰۰\sqrt{۳}$

جانبی $S = ۳S = ۳\left(۲۵\sqrt{۳}\right) = ۷۵\sqrt{۳}$

۳۱- کدام گزینه صحیح است؟

۱) $E \cup O = N$ ۲) $W \cap N = W$ ۳) $Z \cap W = Z$ ۴) $Z - W = N$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. زیرا اجتماع اعداد زوج و فرد اعداد طبیعی به‌وجود می‌آید.

۳۲- محل تلاقی دو خط به معادله $۲x + ۵y = ۴$ و $-۶x + ۲y = ۵$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} ۵ \\ ۱ \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} \frac{۷}{۲} \\ -۱ \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} \frac{۷}{۲} \\ ۱ \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} \frac{-۱}{۲} \\ ۱ \end{bmatrix}$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\times ۳ \begin{cases} ۲x + ۵y = ۴ \\ -۶x + ۲y = ۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۶x + ۱۵y = ۱۲ \\ -۶x + ۲y = ۵ \end{cases}$$

$$۱۷y = ۱۷$$

$$y = \frac{۱۷}{۱۷} = ۱$$

$۲x + ۵y = ۴$

$۲x + ۵(۱) = ۴$

$۲x = ۴ - ۵ = -۱$

$x = \frac{-۱}{۲}$

$\begin{bmatrix} \frac{-۱}{۲} \\ ۱ \end{bmatrix}$

۳۳- می‌خواهیم به‌طور اتفاقی یکی از زیرمجموعه‌های مجموعه A را انتخاب کنیم، احتمال آن‌که این زیرمجموعه ۳ عضوی باشد چه‌قدر است؟

$A = \{a, b, c, d\}$

$n(S) = ۲^۴ = ۱۶ \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۸}{۱۶} = \frac{۱}{۲}$

$n(A) = ۲^۳ = ۸$

۴ عضو دارد $\rightarrow$ تمام زیرمجموعه‌های سه‌عضوی : $\{a,b,c\}$, $\{a,c,d\}$, $\{a,b,d\}$, $\{b,c,d\}$

۳۴- حاصل هر عبارت را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

۱) $(۲a - ۲b)(۳a - ۴b) =$

۲) $(x + y)(x^۲ + y^۲) - x^۳ =$

۱) $(۲a - ۲b)(۳a - ۴b) = ۶a^۲ - ۸ab - ۶ab + ۸b^۲ = ۶a^۲ - ۱۴ab + ۸b^۲$

۲) $(x + y)(x^۲ + y^۲) - x^۳ = x^۳ + xy^۲ + x^۲y + y^۳ - x^۳ = xy^۲ + x^۲y + y^۳$

۳۵- طول و عرض یک مستطیل اعدادی گنگ هستند. در مورد این مستطیل کدام گزینه درست است؟

۱) مساحت این مستطیل همواره عددی گویا است.

۲) محیط این مستطیل همیشه عددی گنگ است.

۳) محیط این مستطیل می‌تواند گنگ یا گویا باشد.

۴) جذر مساحت این مستطیل همواره عددی گنگ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به عنوان مثال اگر طول $\sqrt{۲} + ۲$ و عرض $\sqrt{۲} - ۲$ باشد، آن‌گاه:

$محیط = ۲\left(۲ - \sqrt{۲} + ۲ + \sqrt{۲}\right) = ۸$

اگر طول $\sqrt{۸}$ و عرض $\sqrt{۳}$ باشد، آن‌گاه: $محیط = ۲\left(\sqrt{۳} + \sqrt{۸}\right)$

۳۶- معین کنید هریک از مجموعه‌های زیر چند عضو دارد، آن‌ها را بنویسید.

۱) مجموعه‌ی اعدادی که با مربع خود برابرند.

۲) مجموعه اعداد صحیح یک رقمی

۳) مجموعه ماه‌های سال شمسی

۱) $\{۰ ، ۱\}$

۲) ۱۹ عضو $\{۰ ، \pm۱ \ \pm۲ ، \pm۳ ، \pm۴ ، \pm۵ ، \pm۶ ، \pm۷ ، \pm۸ ، \pm۹\}$

۳) ۱۲ عضو {اسفند ، بهمن ، دی ، آذر ، آبان ، مهر ، شهریور ، مرداد ، تیر ، خرداد ، اردیبهشت ، فروردین}

۳۷- نماد عضویت در مجموعه: « $\in$ »

اگر مجموعه A را به‌صورت $A = \{۱ ، ۷ ، ۳ ، ۴\}$ درنظر بگیریم. برای نشان دادن این‌که عدد ۴ عضوی از مجموعه A است می‌نویسیم $۴ \in A$ و می‌خوانیم «۴ عضو A است» و چون عدد ۲ عضو مجموعه A نیست می‌نویسیم $۲ \notin A$ و می‌خوانیم «۲ عضو A نیست».

۳۸- جرم یک اتمی حدود $۱۰^{-۱۶}$ گرم است جرم یک وزنه ۱۰۰ کیلوگرمی چند برابر جرم این اتم است؟

ابتدا کیلوگرم را به گرم تبدیل می‌کنیم.

$$۱۰۰ \times ۱۰۰۰ = ۱۰۰۰۰۰ = ۱۰^{۵}$$
$$۱۰^{۵} \div ۱۰^{-۱۶} = ۱۰^{۵-(-۱۶)} = ۱۰^{۲۱}$$

۳۹- نکته ۱:

در این نوع معادله $(y = ax + b)$، b عرض از مبدأ است اما در معادله‌ی کلی خط $(ax + by = c)$، b ضریب y است و این دو با هم متفاوتند.

۴۰- علی دو نقشه از شهر خود دارد. نقشه‌ی اوّل با مقیاس ۱ به ۱۰۰،۰۰۰ و نقشه‌ی دوم با مقیاس ۱ به ۲۵،۰۰۰. او محلّ کار و منزل خود را در هریک از این دو نقشه با پاره‌خطّی به هم وصل کرده و مرکز این دو نقشه را روی هم قرار داده است، به‌طوری که شمال هر دو نقشه، در یک جهت است. در مورد فاصله‌ی مرکز این دو پاره‌خط چه می‌توان گفت؟

۱) می‌تواند به اندازه‌ی طول نقشه‌ی اوّل باشد.
۲) قطعاً صفر است.
۳) می‌تواند به اندازه‌ی طول نقشه‌ی دوم باشد.
۴) نمی‌تواند صفر باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۴۱- رمز یک کیف عددی ۲ رقمی است احتمال آن‌که عدد زوج و بزرگ‌تر از ۸۰ باشد چه‌قدر است؟

۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۹}{۱۰۰}$ ۳) $\frac{۱}{۱۰}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

تعداد تمام اعداد دو رقمی $n(S) = ۹۰$

اعداد بزرگتر از ۸۰ و زوج $A = \{۸۲ , ۸۴ , ۸۶ , ۸۸ , ۹۰ , ۹۲ , ۹۴ , ۹۶ , ۹۸\}$

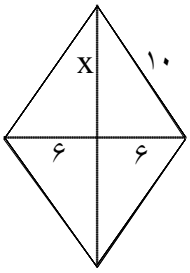
$$n(A) = ۹ \qquad P(A) = \frac{۹}{۹۰} = \frac{۱}{۱۰}$$

۴۲- مساحت مستطیلی $\frac{x^{۲} + ۷x + ۱۲}{x - ۳}$ شده است. اگر عرض آن $\frac{x + ۴}{x^{۲} - ۹}$ باشد طول آن‌را بنویسید.

$$S_{\text{مستطیل}} = ab \Rightarrow \frac{x^{۲} + ۷x + ۱۲}{x - ۳} \div \frac{x + ۴}{x^{۲} - ۹} = \frac{(x + ۳)(x + ۴)}{x - ۳} \div \frac{x + ۴}{(x - ۳)(x + ۳)}$$
$$= \frac{(x + ۳)\cancel{(x + ۴)}}{\cancel{x - ۳}} \times \frac{\cancel{(x - ۳)}(x + ۳)}{\cancel{(x + ۴)}} = (x + ۳)^{۲}$$

۴۳- قاعده یک هرم، لوزی به ضلع $۱۰\,cm$ که اندازه قطر کوچک آن $۱۲\,cm$ و ارتفاع هرم نیز $۱۳\,cm$ است. حجم این هرم را حساب کنید.

ابتدا قاعده هرم را رسم کرده و از رابطه فیثاغورس اندازه قطر بزرگ لوزی را به دست می‌آوریم.



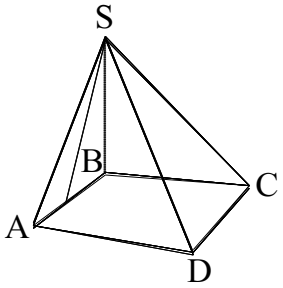
$$a^۲ = b^۲ + c^۲$$
$$۱۰^۲ = ۶^۲ + x^۲$$
$$۱۰۰ = ۳۶ + x^۲$$
$$x^۲ = ۱۰۰ - ۳۶ = ۶۴$$
$$x = \sqrt{۶۴} = ۸$$

$$\text{قطر بزرگ} = ۲(۸) = ۱۶$$

$$V = \frac{۱}{۳}sh = \frac{۱}{۳}\left(\frac{۱}{۲}ab\right)h$$

$$V = \frac{۱}{۳}\left(\frac{۱}{۲}\times ۱۲ \times ۱۶\right)\times ۱۳ = ۴۱۶$$

۴۴- شکل روبه‌رو شبیه به چادرهای مسافرتی است. اگر قاعده به مربعی به ضلع $۱۰\,m$ و ارتفاع هریک از وجوه جانبی $۳\,m$ باشد مساحت پارچه مصرفی برای وجود جانبی چادر را حساب کنید.



$$AB = ۱۰\,m\,,\ h = ۳m \qquad S_{\triangle SAB} = \frac{۱}{۲}ah = \frac{۱}{۲}(۱۰)(۳) = ۱۵$$

$$\text{جانبی } S = ۴S = ۴(۱۵) = ۶۰$$

۴۵- فرض کنید k یک عدد ثابت است و $A=\left\{x^۲ + k \mid x \in Z\ ,\ -۳ \le x < k\right\}$. اگر بدانیم $\{۶,۹\} \subseteq A$، آن‌گاه k عضو کدام مجموعه است؟

۱) $\{۵x + ۱ \mid x \in Z\}$
۲) $\{۴x + ۳ \mid x \in Z\}$
۳) $\{۲x + ۶ \mid x \in Z\}$
۴) $\{۳x - ۴ \mid x \in Z\}$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۴۶- شمارنده‌های طبیعی عدد ۳۰ را بنویسید و آن‌را A بنامید. مجموعه A چند عضو دارد؟

۸ عضو دارد.

$$A=\{۱\ ,\ ۲\ ,\ ۳\ ,\ ۵\ ,\ ۶\ ,\ ۱۰\ ,\ ۱۵\ ,\ ۳۰\}$$

۴۷- شرط آن‌که ۲ خط با هم موازی باشند آن است که شیبشان یکسان باشد.

۴۸- کدام‌یک از روابط زیر نادرست است؟

۱) $a < b , c < ۰ \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

۲) $a < b \Rightarrow a - c < b - c$

۳) $a < b \Rightarrow a + c < b + c$

۴) $a < b , c < ۰ \Rightarrow ac < bc$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا عددی منفی در یک نابرابری ضرب شود جهت تغییر می‌کند.

۴۹- جواب دستگاه روبه‌رو کدام گزینه است؟

$$\begin{cases} ۲\left(\frac{۱}{۲}x + y\right) = ۵ \\ \frac{x + ۱}{y + ۲} = \frac{۱}{۲} \end{cases}$$

۱) $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} -۱ \\ ۲ \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \end{bmatrix}$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} ۲\left(\frac{۱}{۲}x + y\right) = ۵ \end{cases} \xrightarrow[\text{ساده}]{} \begin{cases} x + ۲y = ۵ \\ ۲(x + ۱) = y + ۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + ۲y = ۵ \\ ۲x + ۲ = y + ۲ \end{cases} \xRightarrow{\times ۲} \begin{cases} x + ۲y = ۵ \\ ۲x - y = ۲۰ \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + ۲y = ۵ \\ ۴x - ۲y = ۰ \end{cases}$$

$$۵x = ۵ \Rightarrow x = \frac{۵}{۵} = ۱$$

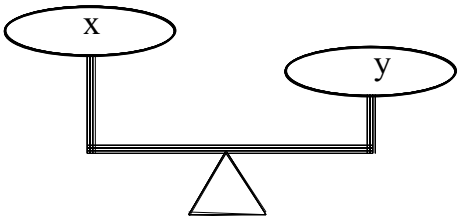
$$x + ۲y = ۵$$
$$۱ + ۲y = ۵$$
$$۲y = ۵ - ۱ = ۴ \Rightarrow y = \frac{۴}{۲} = ۲$$

۵۰- شماره عبارت‌های ستون سمت راست را در دایره عبارت مناسب آن در ستون چپ بنویسید.

۱- $R - Q$	Q ○
۲- $Z \cap N$	Q' ○
۳- $Q' \cap N$	W ○
۴- $R \cap W$	R ○
۵- $Q \cap Z$	$\varnothing$ ○
۶- $Q \cap Q'$	N ○
۷- $(\varnothing \cap Q') \cup Q$	Z ○

۱- $R - Q$	Q (۷)
۲- $Z \cap N$	Q' (۱)
۳- $Q' \cap N$	W (۴)
۴- $R \cap W$	R (۶)
۵- $Q \cap Z$	$\varnothing$ (۳)
۶- $Q \cap Q'$	N (۲)
۷- $(\varnothing \cap Q') \cup Q$	Z (۵)

۵۱- با توجه به ترازو کدام گزینه صحیح است؟



۱) $x = y + p$

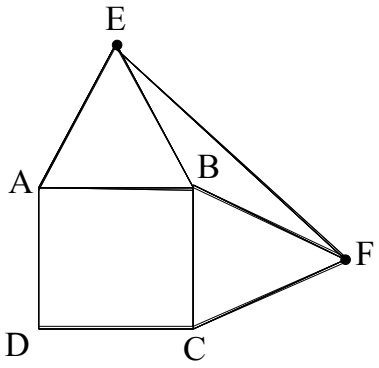
۲) $y = x - p$

۳) $x = y$

۴) $x = y - p$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۵۲- در شکل مقابل ABCD مربع و $\overset{\triangle}{ABE}$ و $\overset{\triangle}{BCF}$ مثلث‌های متساوی‌الاضلاع هستند. ثابت کنید مثلث BEF مثلث متساوی‌الساقین است.



فرض	ABCD مربع (۴ ضلع برابر) ABE و BCF متساوی‌الاضلاع (۳ ضلع برابر)
حکم	BEF مثلث متساوی‌الساقین

$$\left.\begin{array}{l} \text{مربع } ABCD \Rightarrow \overline{AB} = \overline{AD} = \overline{BC} = \overline{CD} \\ \text{متساوی الاضلاع } \Rightarrow AB = \overline{AE} = \overline{BE} \\ \text{متساوی الاضلاع } BCF \Rightarrow \overline{BC} = \overline{BF} = \overline{CF} \end{array}\right\} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{AD} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{BF} = \overline{BE}$$

$$\Rightarrow \overline{BE} = \overline{BF} \Rightarrow \text{مثلث متساوی الساقین}$$

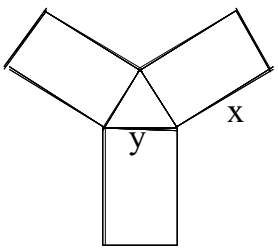
۵۳- مقدار عبارت $\sqrt{(a-۲)^۲}$ در صورتی که $a > ۲$ باشد کدام گزینه است؟

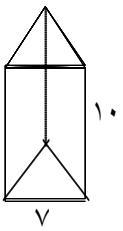
۱) $a + ۲$ ۲) $-a + ۲$ ۳) $-a - ۲$ ۴) $a - ۲$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{(a-۲)^۲} = \underbrace{|a-۲|}_{\text{حاصل مثبت}} = a - ۲$$

۵۴- گسترده‌ی حجمی رغم شده است. با توجه به شکل اندازه ضلع‌های خواسته شده را بنویسید.





$x = ۱۰$

$y = ۷$

۵۵- تاس را می‌اندازیم احتمال آن‌که عدد روشده شمارنده ۴ باشد چه‌قدر است؟

۱) $\frac{۲}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$n(S) = ۶ \qquad A = \{۱ , ۲ , ۴\}$

$n(A) = ۳ \qquad P(A) = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$

۵۶- حاصل عبارت $\left(۳۲^{۴} + ۴^{۱۰}\right)^{۳}$ با کدام گزینه زیر برابر است؟

۱) $۲^{۶۰}$ ۲) $۲^{۶۳}$ ۳) $۲^{۱۲۰}$ ۴) $۲^{۲۴}$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left(۳۲^{۴} + ۴^{۱۰}\right)^{۳} = \left(\left(۲^{۵}\right)^{۴} + \left(۲^{۲}\right)^{۱۰}\right)^{۳} = \left(۲^{۲۰} + ۲^{۲۰}\right)^{۳} = \left(۲^{۱} \times ۲^{۲۰}\right)^{۳} = \left(۲^{۲۱}\right)^{۳} = ۲^{۶۳}$$

۵۷- اگر دو مجموعه A و B مساوی باشند به‌جای □ و △ چه اعدادی قرار می‌گیرند؟

$A = \{-۵ ، ۰ ، -۶ ، ۴ ، ۲ ، -۱۰\}$

$B = \left\{-\sqrt{۱۲ + \triangle} ، -\frac{۱۵}{۳} ، ۵^{۰} - ۲^{۰} ، ۳^{\square} - ۲۳ ، ۲ ، \frac{۲۴}{-۴}\right\}$

$A = \{-۵ ، ۰ ، -۶ ، ۴ ، ۲ ، -۱۰\}$

$B = \left\{-\sqrt{۱۲ + \triangle} ، -\frac{۱۵}{۳} ، ۵^{۰} - ۲^{۰} ، ۳^{\square} - ۲۳ ، ۲ ، \frac{۲۴}{-۴}\right\} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{۱۵}{۳} = -۵ \\ ۵^{۰} - ۲^{۰} = ۱ - ۱ = ۰ \\ \frac{۲۴}{-۴} = -۶ \end{cases}$

$-\sqrt{۱۲ + \triangle} = -۱۰$

$۱۲ + \triangle = ۱۰۰$

$\triangle = ۱۰۰ - ۱۲ = ۸۸$

$۳^{\square} - ۲۳ = ۴$

$۳^{\square} = ۴ + ۲۳ = ۲۷ = ۳^{۳}$

$\square = ۳$

۵۸- توان صحیح:

یادآوری: در سال‌های قبل خواندیم که برای خلاصه‌نویسی ضرب‌های تکراری از توان استفاده می‌کنیم.

محاسبه ضرب و تقسیم عددهای توان‌دار:

۱) $a^m . a^n = a^{m+n}$

۲) $a^m . b^m = (ab)^m$

۳) $a^m \div a^n = a^{m-n}$

۴) $a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

برای جمع و تفریق اعداد توان‌دار قاعده کلی نداریم و باید پس از محاسبه مقدار عددی هریک از عددهای توان‌دار، جمع و تفریق مربوطه را انجام می‌دهیم.

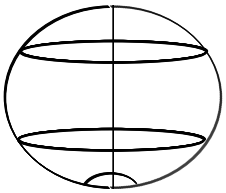
۵۹- در مورد تساوی $۲x + ۴y = ۸$ کدام گزینه صحیح نمی‌باشد؟

۱) x و y با هم رابطه خطی دارند. ۲) این تساوی یک معادله یا اتحاد است.

۳) نقطه‌های $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۲ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۰ \end{bmatrix}$ روی این خط قرار دارد. ۴) بی‌شمار عدد به‌جای x و y در تساوی بالا قرار می‌گیرد.

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

۶۰- کره: از دوران ۳۶۰° یک نیم‌دایره حول قطرش، کره ایجاد می‌شود.



۶۱- اندازه‌ی شعاع کره‌ای ۱۰ واحد است. حجم آن چند برابر مساحت رویه‌ی آن است؟

۱) ۵ ۲) ۳ ۳) ۱۰ ۴) $\frac{۱۰}{۳}$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{V_{\text{کره}}}{S_{\text{کره}}} = \frac{\frac{۴}{۳}\pi R^۳}{۴\pi R^۲} = \frac{\frac{۴}{۳}\pi \times ۱۰^۳}{\frac{۴\pi \times ۱۰^۲}{۱}} = \frac{۴\pi \times ۱۰^{۱}}{۳ \times ۴\pi \times ۱۰^{۲}} = \frac{۱۰}{۳}$$

۶۲- حجم کره‌ای به شعاع ۶cm، چند برابر حجم مخروطی به شعاع قاعده ۶cm و ارتفاع ۴cm است؟

$$V_{\text{کره}} = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ = \frac{۴}{۳}\pi \times ۶ \times ۶ \times ۶ = ۲۸۸\pi$$

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{۱}{۳}Sh = \frac{۱}{۳}\pi R^۲ h = \frac{۱}{۳}\pi \times ۶ \times ۶ \times ۴ = ۴۸\pi$$

$$۲۸۸\pi \div ۴۸\pi = ۶$$

۶۳- اگر باقی‌مانده تقسیمی برابر ۲ و خارج‌قسمت آن برابر $x + ۳$ و مقسوم‌علیه آن $x - ۴$ باشد مقسوم کدام گزینه است؟

۱) $x^۲ - x - ۱۰$ ۲) $x^۲ - x - ۱۲$ ۳) $x^۲ - x - ۸$ ۴) $x^۲ - ۸x + ۸$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$[(B \times C) + D = A]$$

$$(x + ۳)(x - ۴) + ۲ = x^۲ - ۴x + ۳x - ۱۲ + ۲ = x^۲ - x - ۱۰$$

۶۴- با توجه به مجموعه‌های زیر، اعضای موارد خواسته شده را بنویسید.

$A = \{\text{شمارنده ۷۲}\}$

$B = \{\text{مضارب طبیعی ۸ که از ۴۰ کوچک ترند}\}$

$C = \{x | x \in W , ۲ \le x^۲ \le ۶\}$

۱) $A - B =$ ۲) $B \cap C =$

$A = \{۱ , ۲ , ۳ , ۴ , ۶ , ۸ , ۹ , ۱۲ , ۱۸ , ۲۴ , ۳۶ , ۷۲\}$

$B = \{۸ , ۱۶ , ۲۴ , ۳۲\}$

$C = \{۲\}$

۱) $A - B = \{۱ , ۲ , ۳ , ۴ , ۶ , ۸ , ۹ , ۱۲ , ۱۸ , ۲۴ , ۳۶ , ۷۲\} - \{۸ , ۱۶ , ۲۴ , ۳۲\}$

$= \{۱ , ۲ , ۳ , ۴ , ۶ , ۹ , ۱۲ , ۱۸ , ۳۶ , ۷۲\}$

۲) $B \cap C = \{۸ , ۱۶ , ۲۴ , ۳۲\} \cap \{۲\} = \varnothing$

۶۵- حاصل $\sqrt{۴^{(-۴)^{-۴}}}$ کدام است؟

۱) $۴^{(-۴)^{-۲}}$ ۲) $۴^{(-۲)^{-۴}}$ ۳) $۴^{۲^{-۴}}$ ۴) $۲^{۴^{(-۴)^{-۴}}}$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنیم $A = ۴^{(-۴)^{-۴}}$ خواهیم داشت:

$$\sqrt{۴^{(-۴)^{-۴}}} = \sqrt{۴^A} = \sqrt{(۲^۲)^A} = \sqrt{۲^{۲A}} = ۲^A = ۲^{۴^{(-۴)^{-۴}}}$$

۶۶- آیا نقطه $\begin{bmatrix} -۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$ روی خط $y = ۲x + ۸$ قرار دارد؟

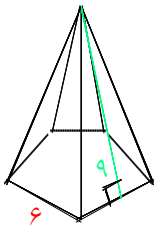
بله چون مقدار سمت چپ با سمت راست معادله برابر است.

$y = ۲x + ۸ \qquad A \begin{bmatrix} -۳ \\ ۲ \end{bmatrix} \begin{matrix} x \\ y \end{matrix}$

$۲ = ۲(\overset{-۶}{\cancel{-۳}}) + ۸$

$۲ = ۲$ ✔

۶۷- با توجه به اندازه‌های روی شکل، مساحت جانبی منشور را حساب کنید. (هرم منتظم است.)



جانبی $S = ۵S$

مثلث متساوی الساقین $S = \frac{۱}{۲}ah = \frac{۱}{\cancel{۲}}(۹)(\overset{۳}{\cancel{۶}}) = ۲۷$

جانبی $S = ۵(۲۷) = ۱۳۵$

۶۸- اگر $a < ۰$ و $b < ۰$ باشد آن‌گاه حاصل $\sqrt[۳]{a^۳} - \sqrt{b^۲}$ کدام گزینه است؟

۱) $a - b$ ۲) $-a + b$ ۳) $-a - b$ ۴) $a + b$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$\sqrt[۳]{a^۳} - \sqrt{b^۲} = a - |b| = a - (-b) = a + b$

$a < ۰ \Rightarrow \sqrt[۳]{a^۳} = a \;,\; b < ۰ \Rightarrow \sqrt{b^۲} = |b|$

۶۹- محسن و سعید می‌خواهند به مدّت یک ساعت، یک مسیر ۱۰۰ متری را به‌صورت رفت و برگشتی بدوند. اگر هر دو از ابتدای مسیر، دویدن را آغاز کنند و سرعت‌های آن‌ها به‌ترتیب $\sqrt{۴۰}$ و ۸ کیلومتر بر ساعت باشد، آن‌ها در طول این مسیر تقریباً چند بار از کنار یکدیگر عبور خواهد کرد؟

۱) ۳۰ بار ۲) ۸۰ بار ۳) ۱۵ بار ۴) ۵۰ بار

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

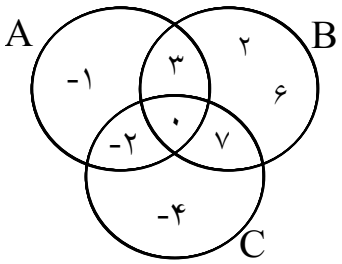
۷۰- با توجه به شکل بالا اندازه زاویه $C\hat{D}E$ را به دست آورید.

فرض	مربع $ABCD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 = \hat{C}_1 = \hat{D}_1 = ۹۰$ مثلث متساوی الاضلاع $B_2 = C_2 = E = ۶۰^\circ$
حکم	$C\hat{D}E = ?$

مربع $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = ۹۰^\circ$
مثلث متساوی الاضلاع $= \hat{B}_2 = \hat{C}_2 = \hat{E}_1 = ۶۰^\circ$ $\Rightarrow$ مثلث $D\hat{C}E$

متساوی الساقین $\Rightarrow DCE = ۶۰ + ۹۰ = ۱۵۰^\circ \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{E}_1 \Rightarrow \frac{۱۸۰ - ۱۵۰}{۲} = ۱۵^\circ$

۷۱- در شکل مقابل کدام ناحیه‌ها حذف شود تا تساوی $(A - B) - C = A - (B - C)$ برقرار باشد؟



۱) ۰ و ۳
۲) ۰ و ۷
۳) ۲- و ۰
۴) ۲- و ۴-

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$(A - B) = \{-۱ , -۲\} \Rightarrow (A - B) - C = \{-۱\}$ (۱)
$(B - C) = \{۲ , ۳ , ۶\} \Rightarrow A - (B - C) = \{-۱ , ۰ , -۲\}$ (۲)
(۱) , (۲) $\Rightarrow$ (۰ , -۲) باید حذف شوند

۷۲- حجم مکعب مستطیلی برحسب x مساوی $۳x^۴ - ۸x^۲ - ۱۶$ است اگر طول و عرض آن به‌ترتیب $x + ۲$ و $x - ۲$ باشد ارتفاع آن‌را بر حسب x به‌دست آورید.

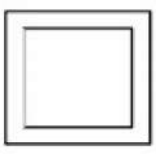
$V = Sh = abc$ $\qquad (x + ۲)(x - ۲) = x^۲ - ۴$

$$\begin{array}{r|l} ۳x^۴ - ۸x^۲ - ۱۶ & x^۲ - ۴ \\ -۳x^۴ + ۱۲x^۲ & ۳x^۲ + ۴ \\ \hline ۴x^۲ - ۱۶ & \\ -۴x^۲ + ۱۶ & \\ \hline ۰ \quad ۰ & \end{array} \rightarrow \text{ارتفاع}$$

$$\frac{۳x^۴}{x^۲} = ۳x^۲(x^۲ - ۴) = ۳x^۴ - ۱۲x^۲$$

$$\frac{۴x^۲}{x^۲} = ۴(x^۲ - ۴) = ۴x^۲ - ۱۶$$

۷۳- گزینه‌ی ناهماهنگ‌تر با دیگر گزینه‌ها را انتخاب کنید.

۱)
۲)
۳) 
۴)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۷۴- مجموعه A به زبان ریاضی کدام گزینه است؟ $A = \{۱ , ۲ , ۳ , ۴ , \dots , ۲۰\}$

۱) $\{x|x \in N , x \leq ۲۰\}$
۲) $\{x|x \in W , ۰ < x < ۲۱\}$
۳) $\{x|x \in N , x < ۲۱\}$
۴) همه‌ی موارد

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

۷۵- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

۱) $۵\frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۲} - ۳ \div \left(-۲\frac{۲}{۵}\right) =$

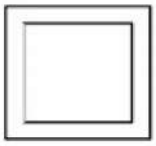
۲) $-۳\frac{۱}{۲} - ۲\frac{۱}{۳} + ۴\frac{۱}{۵} =$

(اهمیت به اولویت‌ها)

۱) $\frac{\overset{۸}{\cancel{۱۶}}}{۳} \times \frac{۱}{\cancel{۲}} - ۳ \div \left(\frac{-۱۲}{۵}\right) = \frac{۸}{۳} - \frac{\overset{۱}{\cancel{۴}}}{۳} \times \frac{-۵}{\underset{۴}{\cancel{۱۲}}} = \frac{۸ \times ۴}{۳ \times ۴} + \frac{۵ \times ۳}{۴ \times ۳} = \frac{۳۲ + ۱۵}{۱۲} = \frac{۴۷}{۱۲}$

۲) $\frac{-۷ \times ۱۵}{۲ \times ۱۵} - \frac{۷ \times ۱۰}{۳ \times ۱۰} + \frac{۲۱ \times ۶}{۵ \times ۶} = \frac{-۱۰۵ - ۷۰ + ۱۲۶}{۳۰} = \frac{۴۹}{۳۰}$

۷۶- گزینه‌ی ناهماهنگ‌تر با دیگر گزینه‌ها را انتخاب کنید.

۱)
۲)
۳) 
۴)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۷۷- با توجه به مجموعه مقابل درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

$A = \{۲ ، ۴ ، ۰ ، ۱\}$

۱) $۴ \in A$ ۲) $۰ \notin A$ ۳) $-۱ \in A$
۴) $۶ \notin A$ ۵) $۲۴ \in A$ ۶) $۲ \notin A$

۱) $۴ \in A$ ✔ ۲) $۰ \notin A$ غ ۳) $-۱ \in A$ غ

۴) $۶ \notin A$ ✔ ۵) $۲۴ \in A$ غ ۶) $۲ \notin A$ غ

۷۸- در هر قسمت، مجموعه را به زبان ریاضی بنویسید.

۱) $A = \{۱ , ۲ , ۳ , ۴ , \dots , ۲۰\}$

۲) $B = \{۱۷ , ۱۹ , ۲۱ , ۲۳ , \dots\}$

۳) $C = \{-۷ , -۶ , -۵ , \dots , ۲۷\}$

۴) مجموعه‌ی مکعب اعداد طبیعی

۱) $A = \{x | x \in N , ۱ \le x \le ۲۰\}$ یا $\{x | x \in W , ۰ < x < ۲۱\}$

۲) $B = \{۲x - ۱ | x \in N \quad ۸ < x\}$ یا $\{۲x + ۱ | x \in W , x \ge ۹\}$

۳) $C = \{x | x \in Z , -۸ < x < ۲۸\}$ یا $\{x | x \in Z , -۷ \le x \le ۲۷\}$

۴) $\{x^۳ | x \in N\}$

۷۹- حاصل را به کمک اتحادها به‌دست آورید.

۱) $\left(۷x^۳ - \frac{۱}{۵}y^۲\right)^۲ =$

۲) $\left(۲\sqrt{۲}a + ۳\sqrt{۲}b\right) =$

۳) $\left(۲^۴ - ۲^۲\right)^۲ =$

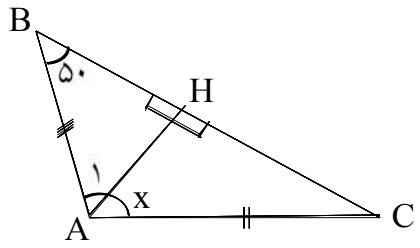
۱) $\left(۷x^۳ - \frac{۱}{۵}y^۲\right)^۲ = \left(۷x^۳\right)^۲ - ۲\left(۷x^۳\right)\left(\frac{۱}{۵}y^۲\right) + \left(-\frac{۱}{۵}y^۲\right)^۲ = ۴۹x^۶ - \frac{۱۴}{۵}x^۳y^۲ + \frac{۱}{۲۵}y^۴$

۲) $\left(۲\sqrt{۲}a + ۳\sqrt{۲}b\right)^۲ = \left(۲\sqrt{۲}a\right)^۲ + ۲\left(۲\sqrt{۲}a\right)\left(۳\sqrt{۲}b\right) + \left(۳\sqrt{۲}b\right)^۲$

$= ۸a^۲ + ۲۴ab + ۱۸b^۲$

۳) $\left(۲^۴ - ۲^۲\right)^۲ = \left(۲^۴\right)^۲ - ۲\left(۲^۴\right)\left(۲^۲\right) + \left(۲^۲\right)^۲ = ۲^۸ - ۲^۷ + ۲^۴ = ۲۵۶ - ۱۲۸ + ۱۶ = ۱۴۴$

۸۰- در شکل مقابل مقدار x کدام است؟



۱) ۴۰°

۲) ۱۰۰°

۳) ۵۰°

۴) ۸۰

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

ABC متساوی الساقین $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = ۵۰ \Rightarrow \hat{A} = ۱۸۰ - (۵۰ + ۵۰) = ۸۰$

$\triangle ABH : A_۱ = ۹۰ - ۵۰ = ۴۰ \Rightarrow \hat{x} = ۸۰ - ۴۰ = ۴۰$

می‌دانیم در مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع، نیم‌ساز، عمودمنصف و میانه یکی است.

۸۱- مجموعه‌ها و احتمال:

در سال گذشته برای محاسبه احتمال هر پیشامد از فرمول زیر استفاده کردیم.

$$\text{احتمال رخ دادن یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت ها ی ممکن}}$$

اگر مجموعه‌ی شاملِ همه حالت‌های ممکن را S ، مجموعه شامل همه حالت‌های مطلوب را A و احتمال رخ دادن پیشامد A را با نماد $P(A)$ نشان دهیم، دستور بالا به‌صورت $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ نوشته می‌شود.

۸۲- اگر $a > b > ۰$ آن‌گاه کدام نامساوی درست است؟

۱) $-a > -b$ ۲) $b - a > ۰$ ۳) $-\frac{۱}{a} > -\frac{۱}{b}$ ۴) $\frac{۱}{a} > \frac{۱}{b}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۸۳- در تجزیهٔ عبارت $x^۴ + ۲x^۳ - ۷x^۲ - ۸x + ۱۲$ کدام عامل وجود دارد؟

۱) $x^۳ - ۷x + ۶$ ۲) $x - ۲$ ۳) $x^۳ + ۷x - ۶$ ۴) $(x + ۲)^۲$

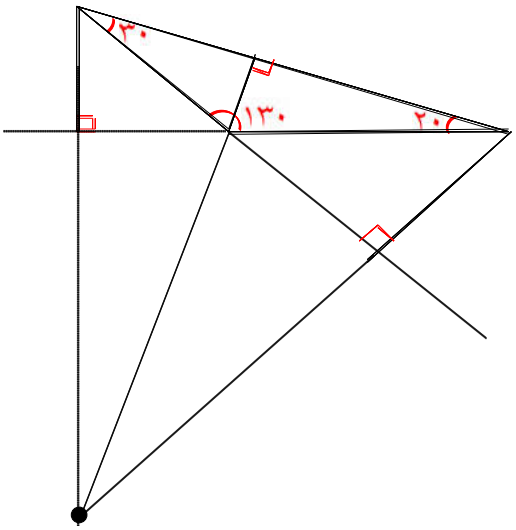
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x^۴ + ۲x^۳ - ۷x^۲ - ۸x + ۱۲ = x^۴ + ۲x^۳ - (۷x^۲ + ۸x - ۱۲)$$
$$= x^۴ + ۲x^۳ - \frac{۱}{۷}(۴۹x^۲ + ۷(۸x) - ۸۴) = x^۴ + ۲x^۳ - \frac{۱}{۷}(۷x - ۶)(۷x + ۱۴)$$
$$x^۴ + ۲x^۳ - (۷x - ۶)(x + ۲) = x^۳(x + ۲) - (۷x - ۶)(x + ۲) = (x + ۲)(x^۳ - ۷x + ۶)$$

۸۴- مثلثی رسم کنید که اندازه‌های سه زاویه‌ی آن ۱۳۰° و ۳۰° و ۲۰° باشد و سپس سه ارتفاع آن‌را رسم کنید.

۱) نقطه برخورد سه ارتفاع مثلث در کجاست؟

۲) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



۱) بیرون شکل

۲) در مثلث‌هایی با زاویه‌ی باز محل تلاقی ارتفاع‌ها بیرون مثلث است.

۸۵- کدام‌یک از کسرهای زیر بین دو کسر $\frac{-۱}{۵}$ و $\frac{-۱}{۴}$ می‌باشد؟

۱) $\frac{-۴}{۱۵}$ ۲) $\frac{-۹}{۴۰}$ ۳) $\frac{-۵}{۲۵}$ ۴) $\frac{-۴}{۲۰}$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{-۱}{۴} < ? < -\frac{۱}{۵} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{-۵}{۲۰} < ? < \frac{-۴}{۲۰} \xrightarrow{\times ۲} \frac{-۱۰}{۴۰} < ? < \frac{-۸}{۴۰} \Rightarrow \frac{-۱۰}{۴۰} < \frac{-۹}{۴۰} < \frac{-۸}{۴۰}$$

۸۶- حاصل را توان‌دار بنویسید.

۱) $\left(۸^{-۴} + ۸^{-۴}\right) \div \left(۲^{۳}\right)^{-۳} =$

۲) $۲۵^{-۳} \times ۸^{-۲} =$

۳) $\dfrac{\left(\frac{۳}{۴}\right)^{-۴} \times \left(\frac{۹}{۴}\right)^{۴}}{۳^{۴} \times ۳^{-۷}} =$

۱) $\left(۸^{-۴} + ۸^{-۴}\right) \div \left(۲^{۳}\right)^{-۳} = \left(۲ \times ۸^{-۴}\right) \div ۲^{-۹} = \left(۲ \times \left(۲^{۳}\right)^{-۴}\right) \div ۲^{-۹} = \left(۲ \times ۲^{-۱۲}\right) \div ۲^{-۹}$

$= ۲^{-۱۱} \div ۲^{-۹} = ۲^{-۲} = \left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲}$

۲) $۲۵^{-۳} \times ۸^{-۲} = \left(۵^{۲}\right)^{-۳} \times \left(۲^{۳}\right)^{-۲} = ۵^{-۶} \times ۲^{-۶} = ۱۰^{-۶} = \left(\frac{۱}{۱۰}\right)^{۶}$

۳) $\dfrac{\left(\frac{۳}{۴}\right)^{-۴} \times \left(\frac{۹}{۴}\right)^{۴}}{۳^{۴} \times ۳^{-۷}} = \dfrac{\left(\frac{۴}{۳}\right)^{۴} \times \left(\frac{۹}{۴}\right)^{۴}}{۳^{-۳}} = \dfrac{۳^{۴}}{۳^{-۳}} = ۳^{۴} \div ۳^{-۳} = ۳^{۷}$

۸۷- زاویه‌ی بین دو محور تقارن متوالی از یک چندضلعی، کدام‌یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

۱) $\sqrt{۳۶۰^{\circ}}$ ۲) ۳۱° ۳) $\frac{۱^{\circ}}{۵}$ ۴) ۷°

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۸۸- حاصل تقسیم‌های زیر را به‌دست آورید.

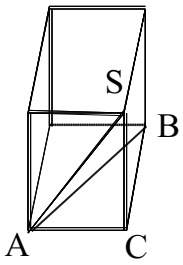
الف) $\frac{۳۵a^۲b^۴}{۱۸a^۴b^۲} \div \frac{۲۸a^۳b^۵}{۲۴a^۵b^۳} =$

ب) $\frac{۱۲x^۲y^۳}{۳۵ay^۲} \div \frac{۱۸x^۳a^۲}{۷ya^۳} =$

الف) $\frac{۳۵a^۲b^۴}{۱۸a^۴b^۲} \div \frac{۲۸a^۳b^۵}{۲۴a^۵b^۳} = \frac{۳۵a^۲b^۴}{۱۸a^۴b^۲} \times \frac{۲۴a^۵b^۳}{۲۸a^۳b^۵} = \frac{۵}{۳}$

ب) $\frac{۱۲x^۲y^۳}{۳۵ay^۲} \div \frac{۱۸x^۳a^۲}{۷ya^۳} = \frac{۱۲x^۲y^۳}{۳۵ay^۲} \times \frac{۷ya^۳}{۱۸x^۳a^۲} = \frac{۲y^۲x^۲a^۲}{۱۵a^۲y^۲x^۲} = \frac{۲y^۲}{x}$

در ساده نمودن عبارت‌ها می‌توان به ۲ صورت حروف را ساده کرد یا در حین ساده‌کردن اعداد، حروف نیز با پایه مساوی توان‌ها کم شود یا این‌که ابتدا به‌صورت ضرب توانی حاصل را به دست آورده و سپس ساده کنیم.



۸۹- در شکل، حجم هرم SABC چه کسری از حجم کل منشور است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۹}$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left.\begin{array}{l} V_{\text{هرم}} = \frac{۱}{۳}Sh = \frac{۱}{۳}\left(\frac{۱}{۲}ah\right)h \\ V_{\text{منشور}} = Sh = abh \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{V_{\text{هرم}}}{V_{\text{منشور}}} = \frac{\frac{۱}{۶}abh}{abh} = \frac{۱}{۶}$$

۹۰- اگر دو مثلث با اندازه‌های ۴، ۶ و ۹ سانتی‌متر و ۱۰، x و ۲۲/۵ سانتی‌متر باشند x کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) ۱۴/۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۵

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{۴}{۱۰}=\frac{۶}{x}=\frac{۹}{۲۲/۵}\Rightarrow\frac{۴}{۱۰}=\frac{۶}{x}$$

$$x=\frac{۶\times ۱۰}{۴}=۱۵$$

۹۱- نماد علمی عدد $۰/\overbrace{۰۰۰۰۰۰۰}^{n\text{ رقم صفر}}۱۷۸$ کدام است؟

۱) $۱/۷۸\times ۱۰^{-n}$ ۲) $۱/۷۸\times ۱۰^{-n+۱}$ ۳) $۱/۷۸\times ۱۰^{-(n+۱)}$ ۴) $۱/۷۸\times ۱۰^{-n+۲}$

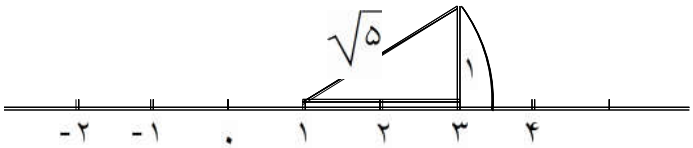
گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$۰/\overbrace{۰۰۰۰۰۰۰۰}^{n\text{ رقم صفر}}۱۷۸=۱/۷۸\times ۱۰^{-(n+۱)}$$

۹۲- عدد $\sqrt{۵}+۱$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد، روی محور نمایش دهید.

$$\sqrt{۵}=\sqrt{۴+۱}$$

بین ۳ و ۴



۹۳- در یک قلک ۶۲۵۰ ریال از سکه‌های ۲۰۰ و ۵۰ ریالی است. اگر مجموع ۳۵ سکه در این قلک وجود داشته باشد، چند سکه ۲۰۰ ریالی وجود دارد؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۳۰

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$x=۲۰۰$ تومانی , $y=۵۰$ تومانی

$$\begin{cases}۲۰۰x+۵۰y=۶۲۵۰\\ x+y=۳۵\end{cases}\times(-۵۰)\qquad\begin{cases}۲۰۰x+۵۰y=۶۲۵۰\\ -۵۰x-۵۰y=-۱۷۵۰\end{cases}$$

$$۱۵۰x=۴۵۰۰$$

$$x=\frac{۴۵۰۰}{۱۵۰}=۳۰$$

۹۴- با توجه به مجموعه‌های A و B حاصل قسمت را به‌دست آورید.

$A = \{۱, ۳, ۵, ۷, ۹\}$
$B = \{۲, ۳, ۴, ۸, ۹\}$

۱) $A \cup B$ ۲) $A \cap B$ ۳) $A - B$ ۴) $B - A$

$A = \{۱, ۳, ۵, ۷, ۹\}$ $B = \{۲, ۳, ۴, ۸, \underline{۹}\}$

۱) $A \cup B = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۷, ۸, ۹\}$
۲) $A \cap B = \{۳, ۹\}$
۳) $A - B = \{۱, ۵, ۷\}$
۴) $B - A = \{۲, ۴, ۸\}$

۹۵- در یک نقشه مقایس ۱ به ۱۰۰۰۰ است. فاصله دو نقطه در اندازه واقعی ۵۰۰ متر می‌باشد فاصله این دو نقطه روی نقشه چه‌قدر است؟

۱) ۱۰ cm ۲) ۵۰ cm ۳) ۵ m ۴) ۵ cm

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$۵۰۰ \times ۱۰۰ = ۵۰۰۰۰$

$$\frac{\text{۱ نقشه}}{\text{۱۰۰۰۰ واقعی}} = \frac{x}{۵۰۰۰۰} \Rightarrow x = \frac{۵۰۰۰۰}{۱۰۰۰۰} = ۵$$

۹۶- حاصل را به‌دست آورید.

۱) $\sqrt[۳]{-۲۰۰۰} =$
۲) $\sqrt{۷۵} =$
۳) $\sqrt{۰/۰۰۴۵} =$

۱) $\sqrt[۳]{-۲۰۰۰} = \sqrt[۳]{-۱ \times ۱۰۰۰ \times ۲} = \sqrt[۳]{-۱} \times \sqrt[۳]{۱۰۰۰} \times \sqrt[۳]{۲} = -۱۰\sqrt[۳]{۲}$

۲) $\sqrt{۷۵} = \sqrt{۲۵ \times ۳} = \sqrt{۲۵} \times \sqrt{۳} = ۵\sqrt{۳}$

۳) $\sqrt{۰/۰۰۴۵} = \sqrt{۰/۰۰۰۱ \times ۹ \times ۵} = \sqrt{۰/۰۰۰۱} \times \sqrt[۳]{۹} \times \sqrt{۵} = ۰/۰۳\sqrt{۵}$

۹۷- حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید:

الف) $\frac{5x+10}{x^2+x-2} \times \frac{x^3-x^2}{x^2-2x} \times \frac{x^2-x-2}{x^2+3x+2} =$

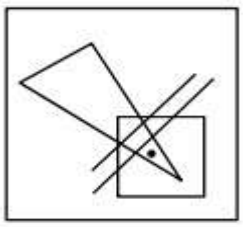
ب) $\frac{x^2-5x-14}{x^2-9} \times \frac{x^2-6x+9}{x^2+7x+10} =$

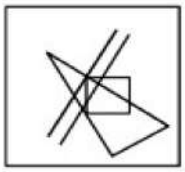
الف) $\frac{5x+10}{x^2+x-2} \times \frac{x^3-x^2}{x^2-2x} \times \frac{x^2-x-2}{x^2+3x+2} = \frac{5\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+2)}\cancel{(x-1)}} \times \frac{x^{\cancel{2}}\cancel{(x-1)}}{\cancel{x(x-2)}} \times \frac{\cancel{(x-2)}\cancel{(x+1)}}{(x+2)\cancel{(x+1)}}$

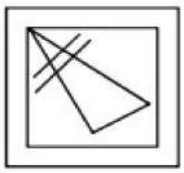
$\frac{5}{x+2}$

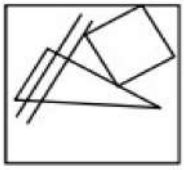
ب) $\frac{x^2-5x-14}{x^2-9} \times \frac{x^2-6x+9}{x^2+7x+10} = \frac{(x-7)\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x-3)}(x+3)} \times \frac{(x-3)^{\cancel{2}}}{\cancel{(x+2)}(x+5)} = \frac{(x-7)(x-3)}{(x+3)(x+5)}$

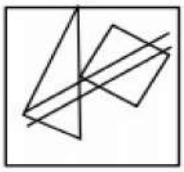
۹۸- با توجّه به تصاویر داده شده، گزینه‌ی مناسب‌تر را برای پر کردن جای خالی انتخاب کنید.



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۹۹- قرینه حاصل عبارت A کدام گزینه است؟

$$A = \frac{\left(\frac{۲}{۳} - ۰/۷۵\right) \div \left(۱ - \frac{۲}{۳}\right)}{(۱ - ۰/۵)^{۲}} =$$

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) ۳- ۳) ۳ ۴) $\frac{۴}{۳}$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{۷۵}{۱۰۰}$$

صورت

$$\left.\begin{array}{l} \frac{۲}{۳} - ۰/۷۵ = \frac{۲}{۳} - \frac{۳}{۴} = \frac{۸ - ۹}{۱۲} = \frac{-۱}{۱۲} \\ ۱ - \frac{۲}{۳} = \frac{۳ - ۲}{۳} = \frac{۱}{۳} \xrightarrow{\text{مجذور}} \frac{۱}{۹} \end{array}\right\} \Rightarrow -\frac{۱}{۱۲} \div \frac{۱}{۹} = \frac{-۱}{\cancel{۱۲}_{۴}} \times \frac{\cancel{۹}^{۳}}{۱} = -\frac{۳}{۴}$$

مخرج

$$۱ - ۰/۵ = ۱ - \frac{۵}{۱۰} = \frac{۱۰ - ۵}{۱۰} = \frac{۵}{۱۰} = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{مجذور}} \frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow A = \frac{-\frac{۳}{۴}}{\frac{۱}{۴}} = \frac{-۳ \times \cancel{۴}}{\cancel{۴} \times ۱} = -۳$$

قرینه‌ی A می‌شود $-(-۳) = +۳$

۱۰۰- جدول زیر را با نماد ∈ کامل کنید در صورت عدم عضویت آن با نماد × مشخص کنید.

مجموعه اعداد	$\frac{۲۱}{۷}$	$-\frac{۸}{۲}$	$-\frac{۳۰}{۲۵}$	$-۷-(-۷)$	$\sqrt{۴۹}$	$-\sqrt{۶۴}$	$\sqrt{۲۰}$	π	$\frac{-۳۰}{-۱۰}$
N طبیعی									
W حسابی									
Z صحیح									
Q گویا									
Q' گنگ									
R حقیقی									

مجموعه اعداد	$\frac{۲۱}{۷}$	$-\frac{۸}{۲}$	$-\frac{۳۰}{۲۵}$	$-۷-(-۷)$	$\sqrt{۴۹}$	$-\sqrt{۶۴}$	$\sqrt{۲۰}$	π	$\frac{-۳۰}{-۱۰}$
N طبیعی	∈	×	×	×	∈	×	×	×	∈
W حسابی	∈	×	×	∈	∈	×	×	×	∈
Z صحیح	∈	∈	×	∈	∈	∈	×	×	∈
Q گویا	∈	∈	∈	∈	∈	∈	×	×	∈
Q' گنگ	×	×	×	×	×	×	∈	∈	×
R حقیقی	∈	∈	∈	∈	∈	∈	∈	∈	∈